



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

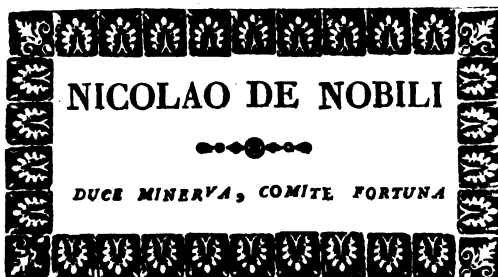
We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

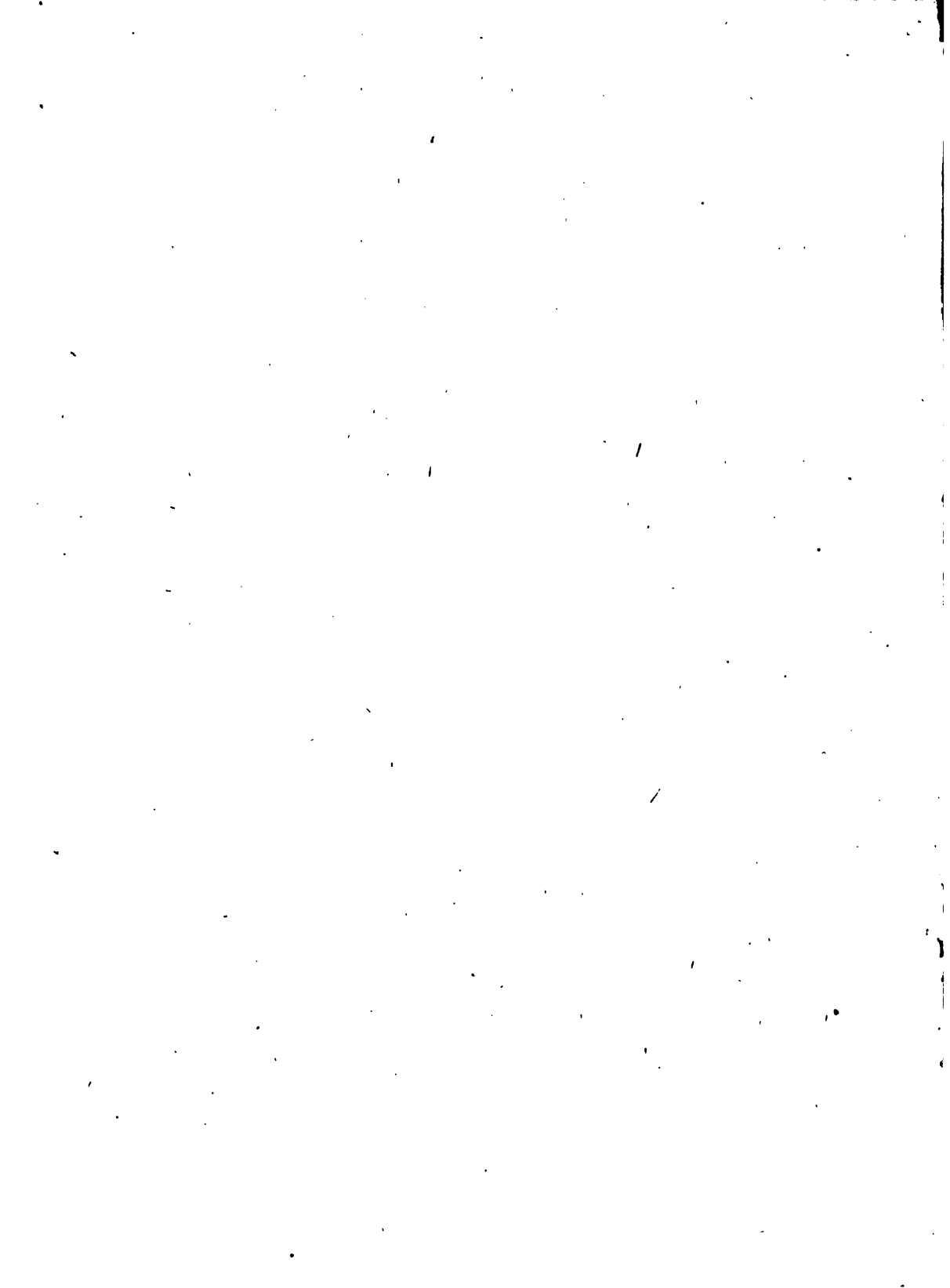
About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>

death y LZ-
2.50



QA
33
S239



INCLINATIONVM APPENDIX

Scù TÒ GEOMETRIÆ ΠΑΡΩΜΑ

P E R

ANTONIVM SANCTINIVM
LVCENSEM

C. R. S. acin

Almo V R B I S Gymnasio Professore.



MACERATÆ,

Ex Typographia Philippi Camaccij . M.DC.XLVIII.

Superiorum Permissu.

XIX



1919

Illustrissimo, ac Excellentissimo Domino
ANDREÆ IVSTINIANO
PRINCIPI BASSANI,
Ac S. D. N. INNOCENTII PP. X. Nepoti

S



GEOMETRÆ quippe veteres P. E. ut pro
felici, quo fuerant ingenio donati, facul-
tatem hanc praclaris adornarent inuentis,
immensis sanè laboribus, longè acutiores
apposuerunt industrias; attamen non modicè
experti, quouis conatu, quadam educere minimè licuisse, si-
bi illico suaserant, citra reatum alienis à proprio potuerint
commendari generibus; exindè quibus lacum Geometria de-
negat, non pauca è Mechanicis inuenta suere molimina, &
valdè mirum fuerat, inter eorum Authores magnus ille ac-
censeri Pergæus, quum è doctrina ab eo inclinationum pro-
posita, unico problemate cuncta inquisita potuerint accuratè
perfici, ac exhiberi; Indicium planè perspicuum haud eo-
rum perspectam habuerit omnium solutionem, quæ aliquan-
do contemplanti mihi in animum induxerant eximij illi ve-
teres, ex ritè parum collecto enthymemate, se & alios il-
luisse; immò & vltertus se insinuabat cogitatio, quod scili-
cet in ipsa re, dioptram oblique ad scopum collinauerint: ex
legibus namque Dialecticorum habetur haud rectè conse-
qui, nempe ex quo sedulè inquisita res inuenta non fuerit,

idcirco suo non comprehendendi, ac ineſſe genere: nusquam planè reperitur eius amplitudinis reſſus, ac cuneta perluſtraſſe diuerticula, qua adhuc animum adiecerant; vt agelli tam deſtituti lubens culturam ſuſceperim exercendam, quare poſt glebarum euersa reieſtaue plurima, qui factum (ſincerè ignorare me fateor) fortasſe benignitate genij dixerim verius oblatum, quam inuentum quaſitum, cuius Compoſitio admodum ſimplex, quam Geometria ipſa ſuppeditat, in altum me adduxerat ſtuporem, quo ſcilicet modo per tot ſecula præſtantiſſimos potuerit latère Cultores, luſus quippè dicerem Naturæ fuiſſe, qua ſolet ſuum quandoque ſublimioribus ſubducere influxum, & alijs porro ingenijs geſtiat explicare ſinum.

Opusculum igitur hoc, & quæpiam non minus inopinata affert, Tuoque P. E. Nomini nuncupandum mea erga Te deuotio, ac obſeruantia poſtulabat, vt aliquo atteſtari documento, & paruum quippè ſi molem, at prole eius ſæcundiffima, adultum intuenti protinus apparebit, qualecunque illud ſane fuerit, ſi ad animi, qua optime non ignoras oblatum. Inclinationem aſpexeris, pro ea qua ditatus es benignitate, humaniſſimè à Te conp'ecti ſum ratus.

Cæterum ad encomia ſtilum diuertere, præſens quippè inhibet Inſtitutum, & quis quaſo pro dignitate credat, vel compendio indicari qua pro Ampliſſimis vndiquè Meritis ſingulares proſequuta ſunt hiſtoria? De Illuſtriſſima familia Proſapia, de Heroibus, Dominio, Proauorumuè in rebus gerendis præſtantia, de Purpura ſplendore pauca enunciari non decet, verum eiufmodi, vt extera quodammodo haberi queunt, qua deindè perſonam comitantur, indiuidua
plane

planè illa sunt, & propria, Dotes, nimirum virtutes exercitio comparata, Studia, animi Moderatio in prosperis, Mentis Constantia in arduis, Temperantia, & in omnibus Magnificentia: hæc & alia quamplurima, quæ disertissimi postularent oratoris eloquium silentio preteream, mihi tamen fiat indultum proloqui, quod censeam verius, ab artis scilicet facundia, quæ protinus fluens, ac sæpius ex industria plurima adfectare didicit, minimè sunt exoptanda encomia, verum è proprio rerum gestarum tenore, qui se constantè moderatur, sincerius colligenda sunt laudes, eoque facilius imprimuntur, & ad emulationem frequentius excitant: Ideò tam cumulatè, quæ in Te suspici optimè queunt, haud paucis in exemplum haberi merito decerent. V.

Illustris. ac Excellentiss. D. T.

**Deuotissimus
Antonius Sanctinius.**

INGENVO LECTORI S.

NVlla quippè facultas, nulla ars fuit vnquam inter acquifitas, quæ in fua primæua origine totam recepiſſet pulchritudinem, quin nouis deindè acceſſionibus, ſpecie fieret illuſtrior: neque in re admodum ſcita afferenda ſunt exempla, verùm in mathēſi præſtantiffimi induſtria authores, tam accuratè culturam exercuere, vt quam maximè liceat ambigi, an in illo antiquorum (quod dixerant) ſapientiffimo, vel à duobus proximè ſæculis extiterit fecundiorẽ, in hoc tamèn conueniunt vniuerſi, vnum geometriæ agellum ab omnibus fuiſſe renuntiatum, & ad excolendum neglectum, vt pro eodẽ conqueri nullatenus facultas quieſceret, quò etenim vberiores, ignotum minimè erat, expectari meſſes, eò amplius magis hærerent, & ſuos labores ſubducerent, quare ſiue indignata, ſiue impatiens effecta tandem, vt hoc dedecus aliquando à ſe properet commendari vtcumque ſibi conſultum voluit: Idcirco quæ hoc opusculo prodeunt induſtriorẽ expectant manum, nobis quidem ſatis fuerit primùm indigitaſſe, haud facultati impoſſibilia, immò parabilia admodum, quæ ad illius Culmen optime pertinere enunciarunt omnes, errata poſtea, quæ noſtra erunt humanitati indiuidua, benignè indulgenda confiſimus, & quæ ex vitio typis conſueto habentur, emendari licebit, nec omnia proſequuti ſumus minutiora Vale.

Cum à nostris Prædecessoribus facta fuerit R. P. D. Antonio Sanctinio nostræ Congregationis Professo facultas imprimendi quoddam eius de rebus Geometricis opusculum, quatenus ad Nos spectat, eandem confirmamus. Datum Papiæ in Collegio nostro Sancti Maioli IX. Kal. Aprilis. 1648.

D. Io: Baptista Spinola Vic. Gener. Congregationis Somaschæ.

Si placet Illustris. & Reuerendis. D. D. Papirio de Siluestris Episc. Maceratæ.
Imprimatur Fr. Vincentius de Gulijs Min. Conu. Sac. Theol. Magister, in Patria
vniuersitate Philosophiæ Professor.

Imprimatur.

Ladouicus Signorius Vicarius Generalis, & Auditor.

Ego Iosephus Talianus Maceratenfis Collegiatæ S. Saluatoris eiusdem Ciuitatis Canonicus, & Mathematicarum scientiarum olim in hac Patria vniuersitate Professor, iubente Reuerendissimo P. F. Io: Vincentio Paulino Sacræ Theologiæ Magistro, ac Anconæ, & annexorum Generali Inquisitore Ordinis Prædicatorum, Opus inscriptum Geometriæ Appendix, & Inclinationum Parergon, autore Admodum R. P. D. Antonio Sanctinio Congregationis Somaschæ, atque in almo Urbis Gymnasio præstantissimo Mathematices Interprete, attentè perlegi, & quia nihil inueni, quod aut Catholicæ Fidei obsit, aut mores lædat, immo noua, & scitu dignissima reperi, ideo, vt in lucem prodere, & Typis mandetur, perutile censeo. In quorum fidem, &c. Datum Maceratæ Kal. Iulij. 1648.

Iosephus Talianus, qui supra manu propria.

Imprimatur.

Fr. Io: Baptista Talianus Vicarius S. Officij Maceratæ Ord. Prædicatorum.



INCLINATIONVM GEOMETRIÆ APPENDIX.



Inclinationum doctrinam Apollonij Geometriæ cognomento magni, plurimis quippe sæculis apud doctissimū Pappum cineribus vix respersis tumulatam, ipso collectionū septimi Libri vestibulo, nostra tandem tempestate excitavit, ac præclare Ghetaldus, duobusvè libellis distributam euulgavit, at pro vnico, & quidem generali problemate in operis aggressu statim obuiο, non paucos, & sanè rationabiliter admirari percepimus, cur doctus auctor, & alioquin admodum accuratus, de eodem nec vllum indicasset verbum, ac silentio tam alto illud dissimulare studuerit. Vt igitur quid super hoc à nobis sentiat clarius concipiatur, oportūm satis erit eiusdem Apollonii in medium verba afferri, quę sunt sequentia, ex eodem Pappo desumpta.

„ *Duabus lineis positione datis, inter ipsas ponere rectam
„ magnitudine datam, quę ad datum pertineat punctum*

Nec in dubium verti potest, in qualibet facultate, ac in mathesi præcipuè, magni semper fieri propositiones

nes, ac præcepta generalia, ex eo vel maximè, quod plurima videantur stipari familia, dum singularia priuatim absq; prole incedant; verum ne super celebrium virorum fragmenta, quidpiam inædificari videamur voluisse nobis, tenemur dubio minimè suspendere solutionem, & pro clarissimo Ghetaldo de mathesi optimè merito, ac mihi dum supererat valde per litteras familiari responsum interpretari, idcirco á nemine euidenti quidem ratione infici posse supponimus, quò tribunal præsidendi authoritas sibi non reperit, ad eam tamen spontè prouocantes, sæpius non modica irrogari præiudicia. Verum vbi perpetuò primas rationi deferantur, vt in mathesi omnes fateri debent, nihil iri delatum authoritati, nihilominus illam adhuc, & ab immemorabili intrusam Ghetaldus reppererat, quod planè in hisce etiam candidati haud ignorant, quare plurimis cum prædecessoribus per quam clarissimis, obductum sibi ferè iter ad progressum habuerat, vnde inanem censuerat fore laborem, vltra quod effecissent sapientissimi, proprias in hisce exercere vires, præter propter quod apud eundem Pappum ex sententia maiorum facile obseruasset ad XXXV propositionem quarti collectionum, indictum ferè omnibus.

- „ Datum quidem angulum, vel circumferentiam tripartito
- „ secare solidum est, sed datum angulum, vel circumferen-
- „ tiam in data ratione secare lineare est.

Ad eiusmodi effectiorem inter ceteras generale problema illud dirigitur, vt in progressu ostendetur, at decretum stilo tam dictatorio ab authore celeberrimo
confi-

confignatum litteris, non custodire piaculum fuiffe cē-
fuere plurimi, à quorum placitis diuertere fupponimus
noluiſſe Ghetaldum, exindè ad eadem ſpectaſſe attribu-
ta genera cogitaſſe, at amplius pro eodem facere vide-
tur, & quod nobis arrideat magis eſt, illud idem gene-
rale problema vidiffet, ab ipſa inclinationum doctrina
expunctum, à Maximo huius noſtri ſeculi Geometra-
rum clariffimo Vietæ, qui in poſtulatam in ſuo Geome-
triæ ſupplemento comutauerat; igitur Ghetaldo ad-
modum licitum fuerat agenti de argumento eodem,
illud illibatum pertranſiſſe.

Verū ne quas optamus felices viri laudari manes,
vel quiſpiam alius in vitium, haud facile expiandum,
verteret, dum ſcilicet vnum à cenſura abiſſe liberum
volumus, & præſtantiffimum circumueniſſe alterum.
vnde oppido tenemur eiufmodi à nobis ~~excutere~~ labes,
mihi etenim ſemper in auxilio fuerat, Ingenium Vietæ-
um, maiore, quam credi poſſet, aut experiri liceat, paſ-
ſim fuiſſe adornatum lumine: Idcirco graui quodam
ſibimet noto conſilio, problema illud reuocari voluerit
ad vnicum principium, admodum ſimplex, vt ſcilicet
interim à varia perplexaue operum mole, in effectio-
nibus geometricis ſubducens, defectus ſupplerentur, &
vt erat profūdè indaginis, quod facilè mihi ſuadeo, for-
taſſe præconceperat, quod tunc exhibuerat ex ordine
mechanico, impoſterum per legitimè conceſſa poſſe ad
leges geometricas expurgando reuocari, vt ſua demon-
ſtratione munitum ſecluſo quocumq; ſcrupulo ab om-
nibus amplecti, namq; nec ſemel ſumus experti, haud

valde liberalem se præbet naturę Genius, quod vni diuitias thesauri in totum promere assuescat quin pro modico, quod auellere quispiam studeat, laboris plurimum cogatur impendere, & sæpius optata minimè assequi; in hanc igitur sententiam inclinare me fecerant obseruata Authoris non nulla verba, in aureo suo ad artem analyticem dictata libello, vbi inductum Postulatum, quasi opus Geometricum enunciauerat, vel quia valde simplex erat, vel quod modicum distasset ab accurato, vel quod aliquando purificari supposuisset, eius namq; sunt sequentia verba.

„ 24 *Ad exegeticum in Geometricis selegit, ac recenset effectiones magis canonicas, quibus equationes laterum, & quadratorum omninò explicantur.*

„ 25 *Ad cubos, & quadratoquadrata postulat, vt quasi Geometria suppleat Geometria defectus.*

„ *A quouis puncto ad duas quasvis lineas rectam ducere interceptam, vt ab ijs præfinito possibili quocumque inter segmento. Hoc autem concessò (est autem αἰτήμα διφύχων) famosiora hætenus, quæ ἀλγεα dicta fuerant, re problemata c'eteris soluit mesographicum.*

In hisce Authoris verba duo manifesta habentur, alterum scilicet (quod nostro magis inseruit instituto) quod postulati verba eadem sunt, quæ problematis Apolloniani: alterum verò quod pro quocumque aliorum molimine subrogatum dixisset opus quasi Geometricum, nec planè me præterit, vt nouum, & inopinatum omnibus ferè inuisum futurum, & modo à non nullis adèò improbari, vt ex numero impossibilium censens-

cententes, me malè consultum selegisse argumentum, ad Geometriam verè legitimam reuocare, quod ab omnibus hætenus destitutum, ne dixerim desperatum haberetur, attamen cum veritati magis obsequi teneamur, quàm in authoritatem aliorum committere causam nihil moueret me ab instituto, vt tandem exantlatis laboribus omne arduum in facillimum adduximus opus, omnino intra limites geometricos, numquam etenim in reatum illud incidere statueram, quod legimus apud Pappum in calce libri collectionum quarti hisce verbis.

„ *Videtur quodammodo peccatum non paruum esse apud*
 „ *Geometras, quum problema planum, per conica, vel*
 „ *linearia ab aliquo inuenitur, & vt summatim dicam cum*
 „ *ex improprio soluitur genere. Hac ille.*

Et quidem si ostenderimus, sectionem anguli plani ad peculiare suum spectasse genus, & non tantum tripartitò, sed inqualibet analogia geometricè secari viderint alij, an vniuersos inciderint in illud graue delictum, qui ad suum non genus remiserant authores, speramus deinceps ignotam hætenus veritatem in complexum haberi, & expurgari quam plurima. Sit igitur.

PROBLEMA PRIMVM.

D *Uabus datis rectis lineis angulum quemcumque efficientibus, datoque extra puncto, & adhuc alia prefinita linea, hanc inter illas positione datas aptare, vt ad datum pertineat punctum.*

Illud

Illud scilicet , hoc est problema tam arduum , ut ab eo inquirendo uniuersi arcerentur ; fortasse cogitantes confusum occultari intrà impossibilium chaos , ut spes , uel semita eruendi elucesceret ulla , immò dubium admodum probabile est , an authori Pergæo effectio constitisset ipsa , nam inter artifices enumeratur , qui mechanica inuexerant in suffragium , Euthocio , & alijs attestantibus , quod autem in mentem uenerat , & inquirendi labores cum alijs minime repperimus , ardor planè perfectionis , tam pulchræ facultatis in causa fuerat , & quia sufficiens nullum impedimentum ad assequendum se obtulerat , nec me fugit opus fuisse præcoces sustinere censores , quos non moror dūmodo , ne uis huiusmodi è geometria eluatur , nec perpetuò Mechanicorum indigeat , ut suas pulcherrimas , utcumque depromat effectiones , quæ omnia per nos ad suos remitti opifices uolumus , sed ad rem .

Dux lineæ datæ possunt ad summū inclinationem uariare trifariam , ob species angulorum , primum igitur rectæ se se committant ad rectum AB , BC , & punctum extra sit D , lineæue inferenda ex præscripto G . Agatur ex D æquidistās DF ipsi BC , in qua ponatur AF æqualis externæ G , & secetur bifariam puncto E , ubi facto centro , ac interuallo ED , sit peripheria circuli , uel occulta si placet , & signabitur punctum H , à quo ad HF distantiam ponatur in DL æqualis , & portio AL referatur in BC . Dico puncto C absolui quæ situm , nimirum ducta DC pars eius NC relicta iter innclinitas AB , BC æqualis fieri AF , siuè G . (cum autem ex
distan-

litis parte auferatur FLQ erunt æqualia

$$AFQ, \& ALQ - FLQ \dagger AFL_2$$

resoluto deinde AF quadrato per 4 secūdi, æqualia erūt

$$ALQ \dagger FLQ \dagger ALF_2, \& ALQ - FLQ \dagger AFL_2$$

rursus ablata sub eadem specie æqualia, erunt

$$AFL_2 - FLQ \text{ æqualia } ALF_2 \dagger FLQ$$

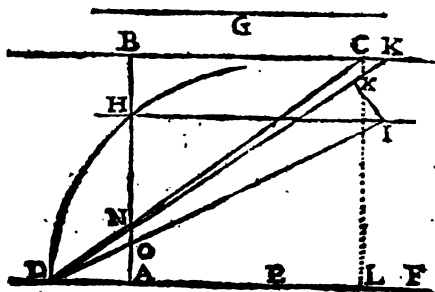
& ulterius resoluēdo per 3 secūdi, erūt $AFL_2 - FLQ$, $ALF_2 \dagger FLQ$ paria scilicet sub iisdem notis $ALF_2 \dagger FLQ$, harum partium altera ad speciem transeat quadrati, & sit potens linea LI , vtrique accedat prius sublatum ALQ , si hoc componetur ad rectos angulos cum LIQ , vtrique constabitur AI quadratum, & simul $ALQ \dagger LFQ \dagger ALF_2$ erit AFQ prius resolutum, ergo æqualia esse AI , AF quadrata, & latera, vel saltem hisce initiatus negabit nemo, vnde manifestò sequitur vndeque roborata conclusio.

In schemate cadit HM linea, ne ociosa relinquatur, si quis curiosè postularer, vnica circini expansione dari C punctum, ex altero positione D dato, colligantur in vnum hæc simul spatia $EDQ \dagger AEQ \dagger MAF$, & hæc nihil aliud sunt quam $ADQ \dagger ALQ$ (si duceretur AC linea) & DAL_2 rectangulū, scilicet resolutę partes in triangulo ambligonio DAC ex 1 2 secūdi, & habetur HLQ nempe DLQ , cui additum HM quadratū, seu CL , omnia illa poterit DC linea, & dabitur eadem expansione vnica C punctū.

At quia symptomata complectitur problema, & ratio illud construendi cuncta haud protulit, oportet illa per distinctos exhibere casus, vt generalis proponatur

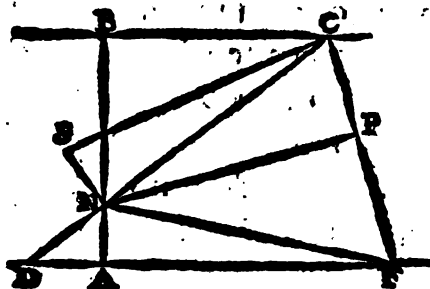
tur doctrina, & siquidem ex diuersa distantia parallelarum DA, BC , & magnitudine G externę contingere potest frequenter, quod à semidiametro ED non attingatur BC , vel quod ultra AB inter BC secetur, in horum utroque casu constructio sic ordinanda erit.

Ad idem interuallū ED , ut cōtingit pars circuli scribatur DH , secabitur AB in H , per id punctū agatur HI ipsis DF, BC æquidistans, deinde inter



ter AH, HI in angulo recto, ex D educatur DOI , ita ut intercepta OI æquetur datę externę G : referatur postea HI in BK , et acta DK super eam ad angulos rectos cadat IX , & inter DK, DX media in ratione geometrica sit DC . Dico C puncto absolū quæsitum, scilicet intercepta NC equalis fieri datę externę G , seu OI , & ducta si placet CL vnā, vel alterā.

ex præmissis methodum facile repetendo ostendetur, & iteratō eadem premere vestigia ociosum, ac morosum censemus. Si verò alia compendiosiore utamur idem

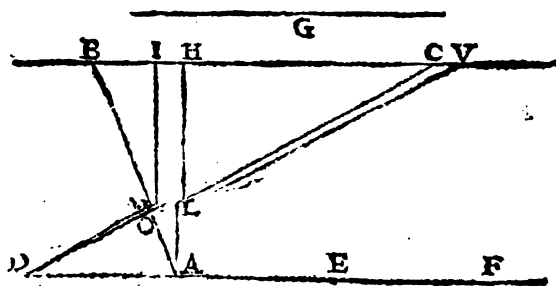


concludetur, in proximo schemate ducta sit tantum DC seruatīs distantijs in reliquo, agantur NF, CF , super hanc perpendicularis insistat NP , erunt duo quadrata

$$B^2 = NP^2$$

drato NC , & linea pertinet ad D punctum datum, quo circa constat intentum.

Tertius denique casus erit quum datæ AB , BC lineæ conficiunt angulum recto minorem, manentibus ut supra reliquis: ut problema construatur, agatur AH perpendicularis inter parallelas, & à puncto D inclinatur per primam formam sub angulo AHV recto, linea DV relinquens sui partem LV interceptam, ut in alijs supra, secabitur inclinata AB in puncto O , à quo si caderet æquidistans ipsi HL , inter-



lam, & HL esset invenienda media NI proportionalis partem incidens ad angulos rectos, quantum itaque differunt quadratum NI , & quadratum ex linea ducenda ex O , tantum imminuatur de quadrato HV , ut residuum sit IC quadratum, ergo duo quadrata NI , IC hoc est quadratum NC æquabitur quadrato LV , id est duobus LH , HV , sed CN pertinet ad punctum D datum, ergo in omnibus casibus problema absolutum perspicue apparet.

ADNOTATIO PRIMA.

ET si in primo casu contingeret, quo nempe AB , BC se se committunt ad rectum angulum, quod distantia parallelarum AB , BC adæquaret distantiam DA puncti

puncti scilicet D à perpendiculari AB , utique eo casu esset inclinanda DC quasi ab angulo quadrati in oppositum latus, & problema hoc habetur ex antiquis apud Pappum propositione 72 libri 7 collectionum Heraclito adscriptum; si verò manente ut supra æqualitate distantiarum AB , BC continerent angulum vagum, tunc ex D ducenda foret quasi ab angulo rhombi, & hoc quidem problema Ghetaldus construxerat propositione 3 primi libelli de inclinationibus agens, verum quæsito generali generalis opponenda erat doctrina.

ADNOTATIO SECUNDA.

ITaque omni ex parte problema absolutum, per propria sui generis, planorum, implicat quidem, industria quacumque ab eo amoueri posse; & uersum planè est, si altera analyseos methodo, indicent peritiores, aliquatenus sectionum conicarum concursu præfinita, altera mediarum inter extremas, effectio igitur ea, et cuncta quæ aliorum constructa habentur molimina in suo consistant ordine, nihil geometriæ puriori officit; torqueant se se vel minimum inhiberi queunt, ne dum naturalis effectiois efficacia enervari, quin suas libere exerat vires.

ADNOTATIO TERTIA.

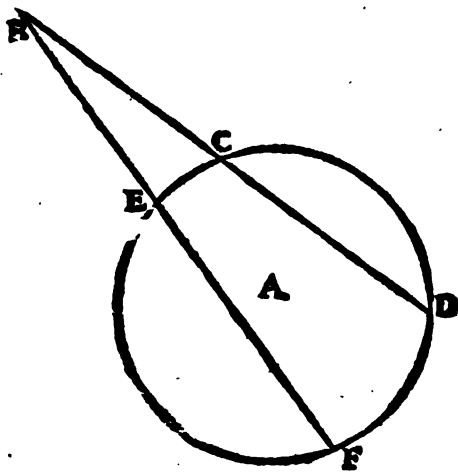
IN proximo secundo problemate, inter cætera ordinauimus methodo alia interponere, præfinitam inter

ter inclinatas ad angulum recto minorem, in quo præclarè laborasset Vieta, nisi opus inniteretur suo præcipio, nos verò exhibituri geometricè constructionem, ne aliundè inquirenda sint, quæ huc pertinent, pauca hæc ab eiusdem authoris supplemento desumpsimus geometrico, lubet hic afferre.

PROPOSITIO TERTIA
EX SUPPLEMENTO.

Si due rectæ lineæ à puncto extra circulumeductæ ipsū secant, pars autem exterior primæ sit proportionalis inter partem exteriozem secundæ, & partem interiozem eiusdem, erit quoque pars exterior secundæ proportionalis inter partē exteriozem primæ, & partem interiozem eiusdem.

S Vb A centro descriptum circulum eductæ ipsū secant à puncto
codē B due lineæ,
vna quidē in punctis E, F, altera vero in C, D, vnde partes exteriores secantiū sint BC, BE, interiores autem DC, FE, sitq; BE inter BC, DC media ptopportionalis. Dico et



BC

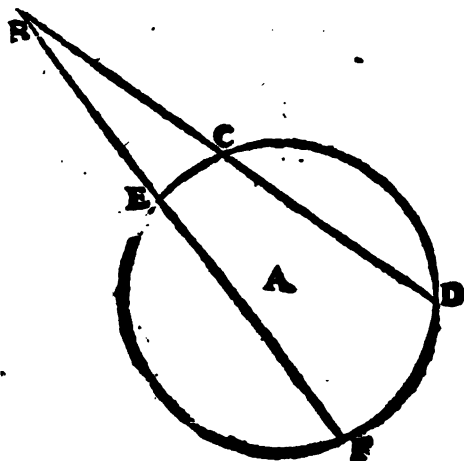
BC mediam fore proportionalem inter *FE*, *BE*, quoniam enim ab eodem puncto extra *B* circulum secant duę *BCD*, *BEF*, Ideo est vt *BE* ad *BC*, ita *BD* ad *BF*, ex hypothefi autem est *CD* ad *BE*, vt *BE* ad *BC*, quare *CD* est ad *BE*, sicut *BD* ad *BF*, & per subductionem est *CD* ad *BE*, vt *BC* ad *EF*, & consequenter vt *CD* ad *BE*, ita *BE* ad *BC*, itaque *BC* proportionalis est media inter *BE*, & *BF*, quod erat ostendendum.

EIVSDEM AVTHORIS PROPOSITIO QVARTA S V P P L E M E N T I.

Si duę rectę lineę à puncto extra circulum ductę ipsum fecent, quod autem fit sub partibus exterioribus eductarum æquale sit ei, quod fit sub interioribus; exteriores partes permutatim sumptę continuę sunt proportionales inter partes interiores.

S Vb *A* centro circulum descriptum secant duę lineę rectę ab eodem *B* puncto eductę, vna quidem in punctis *C*, *D*, altera verò in punctis *E*, *F*, vnde partes exteriores secantium sint *BC*, *BE*; interiores *CD*, *EF*, et quod fit sub *BC*, *BE* exterioribus, sit ei æquale rectangulo, quod fit sub *DC*, *EF* interioribus. Dico inter *DC*, et *FE* esse proportionales continue *BC*, *BE*, eas assumendo permutatim, vt videlicet partem interiorem primę secantis sequatur exterior pars secantis secundę, vel interiorem secundę pars exterior primę, nempe esse, vt *DC* ad *BE*, ita *BE* ad *BC*, & ita *BC* ad *EF*
quo-

quoniam enim id quod fit sub CD , EF æquale est ei,
 quod fit sub BC ,
 BE . Ideò est vt
 CD ad BE , ita BC
 ad EF , & per sy-
 metresim, vt CD
 ad BE , ita BD ad
 BF ; sed ex ratione
 cōstructionis est
 BE ad BC , sicut
 BD ad BF , ergo
 est vt CD ad BE ,
 ita BE ad BD , &
 consequenter BC
 ad EF quod erat demonstrandum.



PROPOSITIO QUINTA

EIVSDEM SUPPLEMENTI.

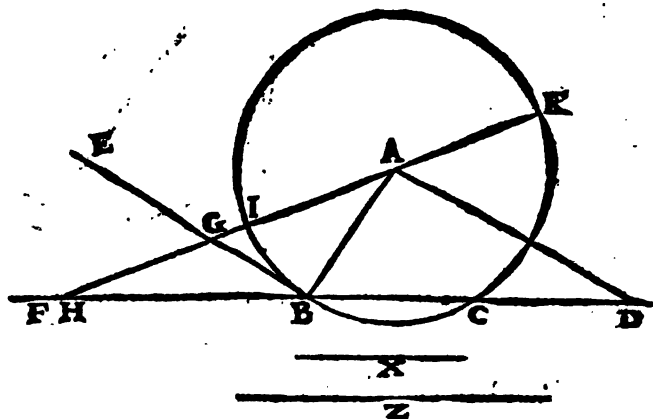
*Datis duabus lineis rectis, inuenire inter easdem duas pro-
 portionales medias continuè*

S Int datę Z maior, X minor; centro A , spatio autem
 per semissem Z circulus scribatur, in quo linea ap-
 tetur BC æqualis minori X , & protrahatur in D , facta
 nempe BD dupla ipsius BC : lungatur DA , cui æquidi-
 stans fiat ex puncto B indefinire linea BE , deindè à
 puncto A inclinetur linea AH ea ratione, vt pars eius

C

com-

comprehensa datis BF , BE æqualis fiat expofitæ AB , quæ protracta ex vtraque parte fecabitur circulus punctis I , K : producaturs etiam DB indefinitè in F , & ab A puncto ducatur ad duas BE , BF recta $KAIGH$, secans ipsas BE , BF in punctis G , H , itaut GH linea fit æqualis ipsi AB , circulum verò in punctis I , K , quorum proxi-



mius ipsi H sit I . Dico continuè proportionales esse IK , BH , HI , BC . Quoniam enim constructæ sunt parallelæ DA , BG , idè est ut HG ad HB , ita GA ad BD ; est autem HG ad IK , sicut BC ad BD , simplum videlicet ad duplū, quare est ut IK ad HB , ita GA ad BC . Ipsi autem GA addatur GH , auferatur autè AI . Quoniam igitur GH , AI , sunt æquales, erunt quoque HI , GA æquales, ergo est ut IK ad HB , ita HI ad BC . Ab H igitur puncto extra circulū sumpto eductæ sunt duæ rectæ ipsum secantes, & quod sit sub exterioribus earundem partibus, videlicet HB , HI æquale

æquale est ei quod sit sub interioribus, videlicet IK, BC .
 Quare partes exteriores sunt permutatim sumptæ conti-
 nuè proportionales, nempe IK, BH, HI, BC . Datis igitur
 duabus lineis rectis Z, X id est IK, BC inuētæ sunt mediæ
 continuè proportionales HB, HI , quod erat faciendum.

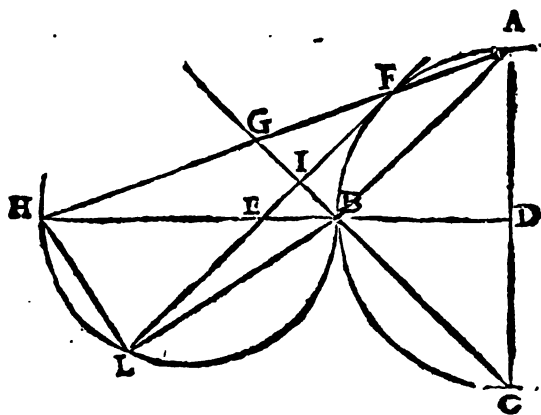
PROBLEMA SECVNDVM.

*Inter duas lineas ad angulum recto minorem inclinatæ præ-
 finitam ponere, quæ ad datum pertineat punctum.*

Sint BG, BH rectæ ad angulum HBG inclinatæ recto
 minorem, linea præfinita AB , cui æqualis inter illas
 oporteat inferere, vt ad A punctum pertineat datum :
 producantur BG, BH indefinitè, & super hanc cadat AC
 perpendicularis,

fiet ABC trian-
 gulum isoscele ,
 cui circū eat por-
 tio circuli , & in
 primo casu pro
 angulo recto erit
 semicirculus, in
 secundo eo ma-
 ior in angulo a-
 cuto, & in tertio

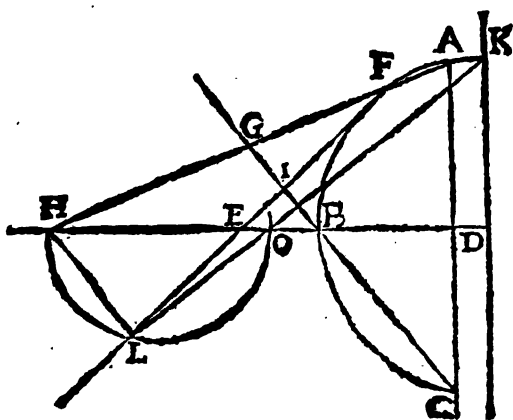
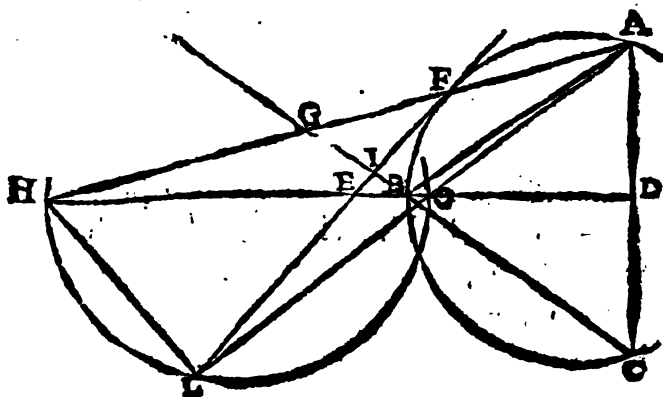
pro obtuso minor ; quare B punctum in medio portio-
 num, & triāgula ABC isoscelia. Deindè ponatur DE ipsi
 AB æqualis, & ex puncto E ordinetur tangens FE , in



C 2 qua

qua porrecta fignetur IL (à puncto videlicet quo secatur GB) equalis AB , huc usque pro omnibus est vna constructio; porro in primo casu iunctæ BL ponatur ad rectos angulos LH , secabitur reliqua BH in puncto H , ad quod si iungatur AH eius intercepta GH pars dico æqualis fieri ipsi AB .

In angulo deindè acuto ABC , vt in secunda figura agatur AL , tunc secabitur HB in O , & super L puncto



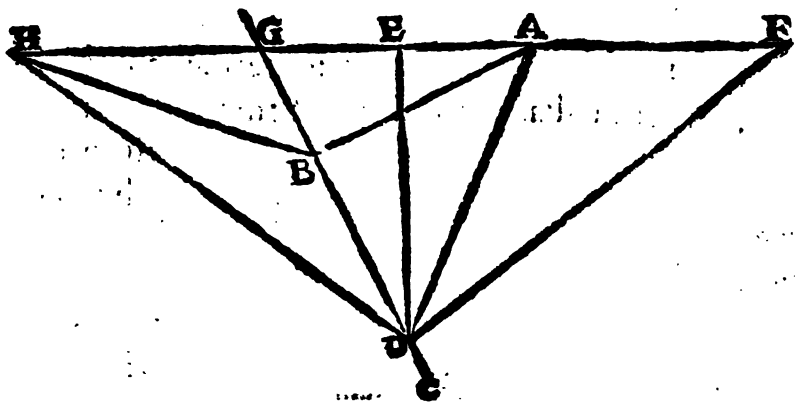
eleuetur perpendi-
cularis LH erit idē
punctum H effici-
ens quæsitum, vt
 GH pariter æque-
tur AB , seu BC .

Deniq; in angulo obtuso in tertia figura, agatur ex K diameter parallela

AC

AC , & iungatur kL , secabitur HB in O , & super L puncto erecta LH , erit AH illa eadem efficiens quesitum, & harum effectuum vna simul erit demonstratio.

Repetatur schema primum cum lineis opportunis, & in B puncto quadrantis est AB inter HB, GB interponenda; construatur ad A angulus DAG æqualis DGA , latera in isoscele DA, DG æqualia euadunt, & si demittatur perpendicularis DE diuiditur basis in E bifariam, seu si angulus verticis bifecetur ADG perpendicularis fiet DE , quod ad 26 primi ostendit in commentarijs Clavius, si verò in producta HA ponatur AE æqualis



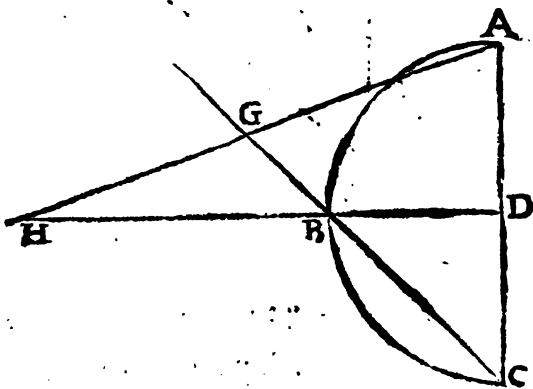
AB , & iungantur ad D lineæ DH, DF , & tota FH secetur bifariam, ostendetur esse in E puncto; quare in triangulis DEF, DEH duo latera DE, EF æqualia euadunt ipsis DE, EH cum angulo recto ad H , à quibus si auferantur æquales anguli ADE, GDE erunt reliqui

ADF

ADF , GDH anguli æquales, sed erant æquales DAF , DGH , ut potè residui vterque ad duos rectos, sublati iam æqualibus in Iſoscele DAG illis deinceps, ergo æquiangula sunt triangula DAF , DGH ; & ex 32 primi anguli DFA , DHG æquales, vnde & DF , DH latera esse paria oportet, sed præter angulos latus vnius trianguli ADF , nempe AD æquatur DG lateri alterius trianguli GDH , quare & similia, & æqualia erunt illa triangula, ideò homologa AF , HG latera erunt æqualia, sed fuerat AF posita ipsi AB æqualis, ergo & GH eidem æquabitur, quod erat impetum fieri.

A D N O T A T I O.

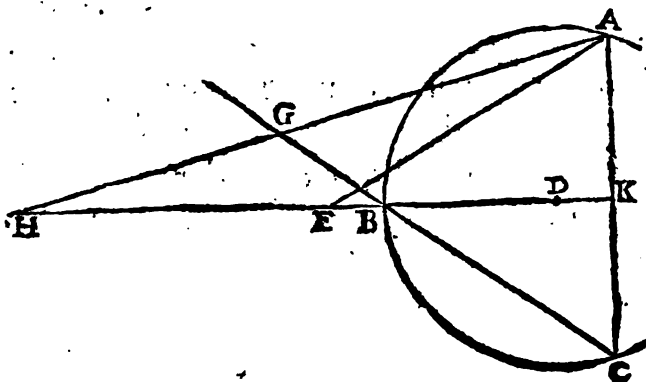
N Equè hîc fecunditas geometriæ cohibetur, quin ad alias extendi queat methodos, in pro-



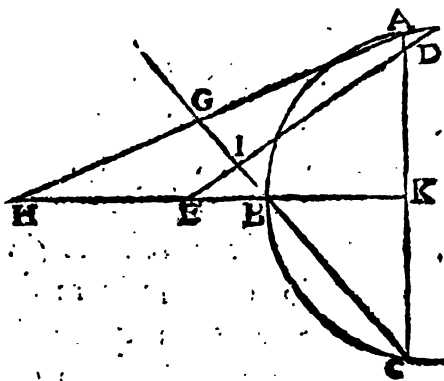
ximo enim
 schemate v
 bi angulus
 ABC esset
 rectus, si
 DH fiat æ-
 qualis duo-
 bus BC , erit
 ducta AH
 reliquês in-
 terceptam
 GH equalẽ
 BC .

In

In secunda verò figura, quò effect angulus ABC acutus,



posita KE æqualis BC , & EH æqualis AE , erit vt supra
 HG , æqualis BC . Demû in tertia figura, in qua effect ABC
 obtusus angulus, ponatur KE æqualis BC ,
 & ducta DE secabitur CG in I ; ponatur CI in
 BH , habebitur iterum H efficiens HG æqualẽ
 BC , seu AB , quæ duci non oportuit in trian-
 gulis ABC æquicruri-
 bus, & hæc cadere sub
 demonstratione præ-
 missa liquet omnimo-
 dè, & si aliter ordina-



nari

ri liceret, quod fortasse alibi dicitur, etenim pro secunda hac propositione superaddi non nulla coacti fuimus. Interim quum plusquam bis edocti methodum interponendi præfinitam inter inclinatas, lubeat vnum rectificare ex veteribus opus, & sit pro Conchoide Nicomedis à iunioribus vsurpatum frequentius, vt tandem cum omnium reliquis explodantur si probauerint oportune sibi facultas prævideri cuncta. Sit itaque.

PROBLEMA TERTIVM.

Datis duabus rectis lineis, totidem medias inter eas collocare lineas in analogia continua.

Sint igitur extremæ datæ lineæ AB , BC ad inveniendum medias expositæ in analogia continua. Inclinentur ad angulum rectum, & compleatur parallelogrammum $ABCD$, cuius duo latera AB , BC bisecentur punctis EF , & agatur DE , quæ productæ BC occurret in G puncto, deinde perpendicularis ex F excutetur indefinitè, & adplicetur CH æqualis AE semissi nimirum AB , porro iungatur GH , cui fiat CI æquidistans similiter indefinitè (vsque adhuc antiquorum constructio optime intra fines geometricos se continuerat, at deinceps quum inter inclinatas KC , IC ad angulum recto minorem ex puncto extra dato F nequirent lineam præfinitam interponere, & ad opus se se conuerterant alienum) at ex deductis superius iam
con-

constat id legitimè posse fieri ex Euclidæ doctrina , igitur ex altera ex præmissis methodo à puncto H ponatur IK æqualis AE , siue HC . Dico inter AB , BC extremas inuētas esse totidem medias in analogia cōtinua, & erunt CK maiori proxima, & LA reliqua, hiscè planè restitutis ipso demonstrationis processu nihil immutabitur, attamen ad rei complementum subnectere operæ præteritum erit.

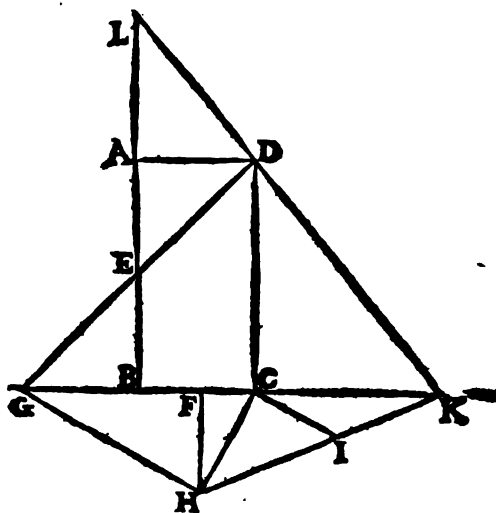
Quoniam BC secta est æqualiter in F , & eidem in directum adiecta est CK , rectangulum BKC vna cū quadrato FC ,

æquale est quadrato FK , communi si apponatur FH , erit BKC rectangulum vna cum duobus quadratis FC , FH , hoc est quadrato vnico HC , æquale quadrato HK , siue duobus quadratis FH , FK :

at quoniam vt

LA ad AB , ita est LD ad DK , siue BC ad Ck , & est AB ipsius AB semissis, & GC est dupla BC (etenim ex similitudine triangulorum DAE , GEB , & laterum BC , & AD , seu AE , & EB æqualitatem habemus), ergo vt LA ad AE , ita GC ad CK , sed vt GC , ad Ck ita HI ad

D Ik , ob



A D N O T A T I O.

EX defectu itaque inuentionis duarum inter extremas totidem mediarum accuratè, cōquerebatur solertissimus olim Andersonus in Zetetico ad Ghetaldum responso, vt obinuenti potioris inopiam, cogerentur authores ad mechanicum prouocare, idcirco oportunitas hìc sese offert eadem Geometriæ restituendi, vt porrò nulla pro eiusmodi audiat querela, sic igitur aiebat author.

Illas verò æquetiones in quibus magnitudo omnino data æquatur homogeneæ prorsus ignotæ, siue puras, siue adfectas, vt & prius, ita & nunc (nisi concessis quibusdam, quæ Geometria hæctenus negauit) ad mechanicam geometriam *ἡπὶ μηχανικῶς* reducere, ingenue nescire me profiteor, quæ autem postulentur, vt in eiusmodi æquationibus quæsitum sciatur, ex analytica hac nostra methodo sic clarum fiet.

Ponatur A cubus æqualis solido factò ex BQ in D . si inter B & D duæ inueniantur proportionales continuè, secunda B esse ipsam A , de qua quæritur, nemo est, modo hanc artem, vel à limine salutarit, qui nesciat.

Sit autem A cubus $\div B$ in $AQ =$ æqualis solido dato, quod si cubus non est, ad eam reuocetur speciem, sitque D cubus, statim apparet huius æquationis mechanicam pendere ab hoc problemate.

„ *Ex serie quatuor proportionalium continuè data secunda, & recta æquali differentia inter primam minorem,*

$D \quad 2 \quad \text{et} \quad \text{quar-}$

„ & quartam inuenire proportionales .

Eritque harū prima ipsa A de qua queritur, D secūda illi proxima, & B differentia inter primam, et quartā;

At A cubus — B in A quadratum \equiv æquetur D cubo, proponatur

„ Ex serie quatuor continuè proportionalium, data secūda,
„ & differentia inter primam minorem, & quartam,
„ inuenire proportionales .

Eritque A prima maior, B differentia inter quartam minorem, & primam maiorem, & D secunda.

Tertio B in AQ — A cubo \equiv æquetur D cubo, proponetur.

„ Ex serie quatuor conitnuè proportionalium data secunda
„ & aggregato primæ, & quarta inuenire proportionales .

Eritque harum prima A maior, minorū secūda D , aggregatum primæ, & quartæ B , quæ ipsorum solidorum structuram consideranti clara sunt.

Quarto, A cubus $\times BQ$ in A , æquetur D cubo. Ex hac æquatione statim quidem offeruntur è quatuor continuè proportionalibus, secūda D , tum B media proportionalis inter primam, & differentiam primæ, & quartæ, siue rectangulum ex prima in differentiam primæ, & quartæ, at ex facto parabolismo, coefficienti dato, nimirum ipsi B quadrato reliquis adplicatis solidis, id est si fiat.

Vt BQ ad DQ , ita D ad C , erit C æqualis ipsi A , & præterea altitudini ortæ ex adplicatiōe ipsius A cubi ad B quadratum, si igitur data C ita diuidetur, ut cubus vnius segmenti æqualis fiat solido, quod sit sub altero,

altero, & dato B quadrato, erit latus cubi magnitudo quęſita, hoc autem eſt.

„ *Ex ſerie quatuor proportionalium data prima, & adgre-*
 „ *gato ſecunda, & quarta, inuenire proportionales.*

Eritque harum B prima, C adgregatum ſecundę, & quartę, A vero ſecunda.

Quinto ſi A cubus — BQ in A = equalis D cubo, & hic offertur ſecunda data D , cum B media proportionali inter primam, & differentiam primę, & quartę.

At verò ſi D cubus ipſi B quadrato adplicetur, hoc eſt ſi fiat,

vt BQ ad DQ , ita D ad C ,

& eidem adplicari intelligatur, & A cubus, erit C equalis parabolę ortę ex adplicatione ipſius A cubi ad B quadratum, minus ipſa A longitudine, quare

„ *Ex ſerie quatuor proportionalium data prima minore, &*
 „ *differentia ſecunda & quarta, inuenire proportionales.*

Eritque data B prima minor, C differentia ſecundę & quartę maioris, & A ſecunda quęſita.

Denique BQ in A , minus A cubo, equetur D cubo. hic etiam ſtatim offeruntur ſecunda D , tum B media proportionalis inter primam A , & adgregatum primę, & quartę. Adplicetur autem D cubus ipſi B quadrato, quodque inde oritur ſit C , & eidem intelligatur adplicari, & A cubus, erit altitudo C equalis ipſi A , minus altitudine, quę oritur ſi adplicetur, & A cubus eidem B quadrato, vnde quęritur,

„ *Ex ſerie quatuor continnè proportionalium, data prima*
 „ *maiore, & differentia inter ſecundam, & quartam,*
 „ *inuenire proportionales.*

Erit-

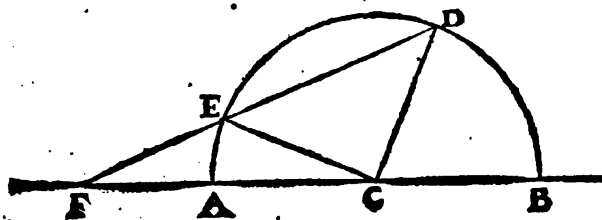
Eritque data B prima maior, C differentia secunda maioris, & quarta, & A, secunda de qua quaeritur.

Atq; haectenus peculiaris mihi methodus in equationibus cubicis puris, siue vt libet adfectis, in quibus cum exactio geometrica nondum sit exhibita, aut inuenta, quid in veteres illos Platonem, Eratostenem, Nicomedē, Archimedē, Heronem, Pappum, aliosue in similibus ad hoc negociū *ἐπιχειρήματα* imitari interim liceat?

Haectenus Andersonus, cuius propositę effectiones ex ipso Geometrię penu erutę, modo liberum vnicuique fiet ex supra inductis restituere, & quidem vt fu erat ex selectis, qui & Vieteam hausere doctrinam, scitē admodum enunciauit tunc temporis, ad eadem exhibendum, inuentam minimē fuisse exactiōem, non idcirco quod in posterum exhiberi non potuerit, vt audacter plane nimis scripserant alij.

L E M M A.

Q Via ad trisectionem anguli properamus, insistentes interim in repurganda forma ad ipso Vietæ



assumpta locus postulat vt reportetur, & ipsius supplementi propositio, quæ sic se habet. Si à dato in peripheria puncto

puncto agatur linea occurrens diametro eductæ tali ratione, ut intercepta conuexo peripheriæ, & porrecta diametri, æquetur semidiametro circuli, tunc angulus in centro, siuè opposita peripheria secabitur trifariam. Sit in semicirculo punctum D datum, à quo acta DF occurrat diametro eductæ in puncto F, adeo ut FE æqualis sit semidiametro AC, tunc BD arcus fiet triplus oppositi arcus AE, siuè angulus in centro BCD triplus fiet anguli ACE, & hoc ex vi Isoscelium DCE. ECF æqualium laterum manifeste constat, & ut demonstratio legitima est, ita constructio defectum ostendit, & quidem non facultati, sed cultoribus referendum, & nos inferius ostensuri ex principijs ipsius Geometriæ integram constructionem, hinc habeatur ubi trifectus fuerit angulus adplicatam lineam EF æqualem fieri semidiametro, & è contra, si adplicata æquetur semidiametro, angulus in centro trifecari &c.

PROBLEMA QVARTVM.

Data circuli peripheria, & in ea puncto, dataque linea præfinita, illam inter conuexum, & eductam cordam inclinare, ut ad punctum pertineat datum.

PLura quippè complectitur problema, quàm effectione vna perfrui queat, de semicirculo etenim, & alijs supra, et infra eo portionibus oportet intelligi, et pro qualitate lineæ quæ præstet, cedat, siue adæquet semidiametro, vel semicordæ, pariter adhuc pro
situ

logiam reuocetur æqualitas, tres erunt proportionales FD , DA , DE , & harum differentia extremarum fiet EF , at in earumdem constructione assumpta fuerat AC pro differentia extremarum, quare æquales esse AC , & EF sit euident, & pertinet ad punctum D datum, quare factum erit quod oportuit.

ADNOTATIO PRIMA.

Lemma suppositum ex datis media, & extremarum differentia ad exhibendum extremas in serie trium proportionalium, quod à diuersis habetur, & admodum facile fit, super sedemus repetere hinc, ceterum methodo eadem vsuri in alijs casibus, scilicet in portionibus supra, vel infra semicirculum, nihilominus pro semicirculo constructio singularis & expeditissima adest, scilicet si à puncto verticis D adplicetur diameter in occursum eductæ, quæ intercipietur erit semidiametro æqualis, hoc est diameter secabitur à peripheria circuli bifariam, quoniam DF potest quatuor semidiametri quadrata AC seu CD , & hoc sublato, reliqua FC tria poterit eiusdem quadrata, at FCQ , æquale est rectangulo AFB , vna cum quadrato AE , & subducto, poterit AFB rectangulum, eiusdem AC quadrata duo, hoc est rectangulum EFD duo poterit quadrata eiusdem AC , cum æquetur AFB . Ideo secabitur in E bifariam, maximum enim spatium, quod à partibus sectæ fit, est ex puncto semissium, quare constat propositum.

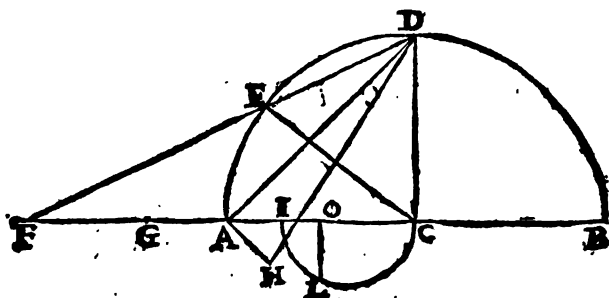
E

ADNO-

ADNOTATIO SECVNDA.

CUm autem adplicanda inter conuexum, et eductam diametrum diuersa à semidiametro fuerit,

tūc pro opportunitate lineę datę emendanda erit media, vt cum differentia extremarum, (quę sēper erit linea



data) habeantur extreme: ponatur primum quod data sit semidiametro maior, et sit ipsa CG , iuncta AD , eidem insistat ad angulos rectos HA , quę media sit inter semissem semidiametri, et differentiam semissium datę CG , et semidiametri semissis, sitque LO equalis AH , nempe quę media est inter CO semissem semidiametri, et huius differentia à semisse datę CI , scilicet OI ; si deinde iungatur DH , hęc temperata media erit, vt cum differentia extremarum CG , ipsę inueniantur extreme, quarum maior inclinata ex D secabitur à peripheria in E puncto, vt EF postea æquetur CG datę, nam quadratum medię in serie trium proportionalium excedit quadratum minoris in eo rectangulo, quod fit à minore in differentiam extremarum, et quod illud quadratum potest, cum quadrato differentię extrema-
rum,

rum, cuius latus medium fit inter maiorem & extremarum differentiam scilicet, DH & excedit DE in eo quod potest rectangulum FED sub differentia extremarum, & minorem, illudque adpositum quadrato FB differentiae extremarum, est rectangulum DFE ; & sunt iterum trium proportionalium FD , FB extremae, quarum media fit quod illud DFE potest rectangulum, quod est relictum è quadrato maioris DF ; si auferatur rectangulum sub eadem maiore FD , & minore, DE , id est quadrato mediae assumptae DH , & differentia CG in constructione assumpta fit eadem cum FE ut constat

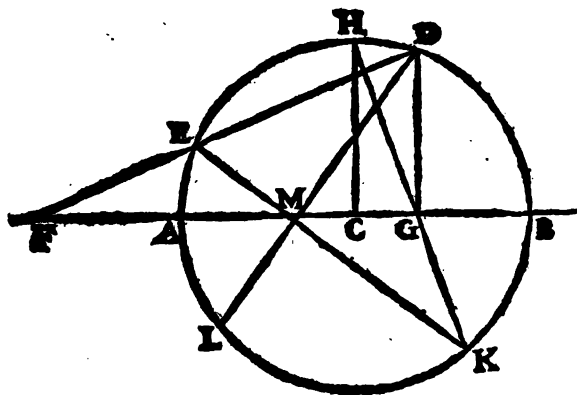
Si verò adplicanda FE datur, hoc est CG minor ipsa semidiametro, tunc quadratum eo modo inuentum, ut AH , quod possit spatium sub semisse datae, & semidiametri differentia, in semissem semidiametri, auferendum erit è quadrato AD ; ut quæ reliquum poterit statuatur media inter extremas inveniendas, quarum est differentia linea data; nequè pro hoc casu schema notum opus est adducere, cum ex eodem facile concipi possit, & maior linearum trium proportionalium ex D adplicata in diametrum educta, relinquet EF semidiametro minorem, & factum erit quod imperatum fuit,

Notandum hic tandem sola ea, quæ fuerit semidiametro æquali trisecari arcum, vel angulum: at in ampliorem geometriæ extensionem ad alios transferimus casus.

PROBLEMA QVINTVM.

Dato semicirculo , & puncto in eius peripheria vltra verticem , lineaque semidiametro aquali, illam inter conuexum, & eductam diametrum ponere , vt ad datum pertineat punctum .

SIT circulus, & in eius peripheria punctum datum *D* vltra verticem quadrantis *H*, à quo fit inclinanda linea , adeò



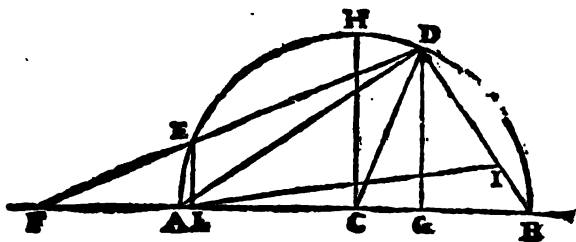
vt cōclusa eius pars inter conuexū peripheriæ , & diametrum eductā , æqualis sit semidiametro expositi circuli.

Demittantur in diametrum *AB* normales

HC, *DG*, deindè secetur bifariam *AG* in *M*, per quod punctum agatur *DML*, & ex *H* per *G* alia *HGK*, & per idem punctum *K* aptetur in circulo *KE* sumpta æqualis *DL*, seu ex *L*, distantia verò semidiametri signetur punctum *E*, vtroque etenim modo haberi licebit. Dico illud *E* efficere quæsitum, scilicet ducta *DEF*, eius conclusa *EF* portio inter peripheriæ conuexum, &

um, & eductam diametrum æqualis fieri ipsi semidia-
metro, quod ut sine confusione linearum ostendi que-
at, in circulo altero prorsus æquali eadem signentur
puncta D, H, E, lineaque DF, & perpendiculares HG,
DG, iungantur postea AD. & DB; et super BD ponat-
ur AI ea lege, ut DI sit potens FA in GC bis, supponi-
mus ex opere iam AF terminari ipso F puncto, dein-
ceps verò AI assumatur, ut media in serie trium pro-
portionalium, & cum extremarum differentia, ne-
pe ipsa semidiametro AC inueniantur extremæ, quæ
quidem in progressu ostendemus coæquari ipsis DF,
DE, ut me-

rhodo vtētes
resolutiua. In
ābligōio tri-
angulo ADF,
latus DE ma-
ius potest duo
FA, AD qua-

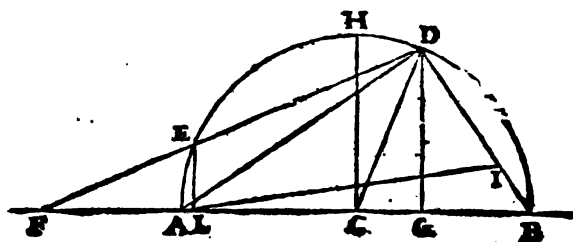


drata, plus eo quod bis fit rectangulo sub FAG, & i-
dem DF quadratum resolvitur in duo rectangula EFD,
EDF, & connexa CD quadratum similiter AD equa-
tur duobus AC, CD quadratis, plus eo quod sub ACG
bis comprehenditur rectangulo, quare æqualitas con-
sistet inter

$EFD) \quad \& \quad FAQ * FAG,$
 $* EDF) \quad * ACQ * ACG,$
 $\quad \quad \quad * DCQ$

Sed

Sed quadratum FA , plus rectangulo FA in AB , æquale est rectangulo AFB , seu EFD . Itaque si à rectángulo FA in



AG 2 auferatur FAB , reliquum erit, quod fit sub FA in CG 2, cui si accedat, factum sub C

A in CG 2, efficietur FC in CG 2, Ideò auferendo æqualia æqualibus, & reliqua collecta, æqualitas iterum consistet inter

BDF , & $ACQ \times CDQ \times FC$ in CG 2

At ADQ æquale est quadratis duobus AC ; & DC , plus eo quod fit sub AC in CG 2: ergo EDF spatium rectangulum excedit ADQ in eo, quod fit sub FA in CG 2, & est EDF æquale AIQ , cuius latus AI in constructione trium proportionalium, ut media assumpta fuerat, & pro differentia extremarum, AC semidiameter, quæ æqualis fit EF , cum eadem DF , AI , FE redeant in analogia, quare constat propositum.

ADNOTATIO PRIMA.

Assumpimus in constructione FA terminatam, utpotè haberetur per adplicatam duplicem in circulo KE , aut LE ; & si libeat dissimulare, illud tamen alia via assequetur, & ipsam FA limitatam haberemus, nam

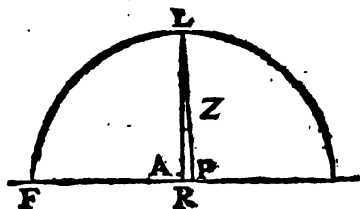
nam si à quadrato AI , siue à spatio FDE auferètur quadrati AD spatium, relictum prorsus euaderet, quod sub AF in CG bis continetur, quod quidem duplæ C G adplicatum, oriunda latitudo esset FA .

At ex analogismo Algebristarum idem eruetur, si enim demittatur EL perpendicularis super diametrum, & à quadrato AC auferri intelligatur corde EA quadratum, spatium relictum æquale esset $FAQ \times FAL$ z , dicatur hoc aggregatum Z planum, & quod sub AL z , quod notum est, sit B , & quæ sita FA dicatur A , æquatio igitur ad analysim stabit $AQ + B$ in $A = Z$ plano, quare ex analytico documento sic explicabitur

$$LV(B @ \frac{1}{4} \times B \text{ pl.}) - B \frac{1}{2} = A$$

Nec ratiocinatio speciosa à communi Algebristarum operatione distat, cuius demonstratio sic se habet.

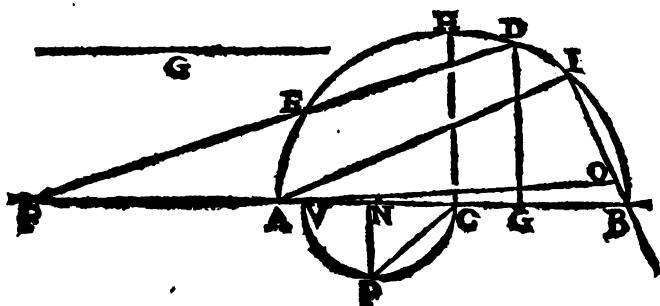
Sit igitur AP æqualis B , scilicet i proximo adhibito epilogismo, idest duplæ AL , & diuisa AP bifariam in R , erit AR æqualis semissi B , siue in superiori figura AL , erigatur PL perpendicularis,



& æqualis Z (seu in figura secunda problematis. Di quadrato) illud verò authores dicunt homogeneum comparationis, & iuncta RL fiat semidiameter, & semicirculus scribatur FL) erit æqualis FR , ex ipsa autem detracta AR cognita, habetur FA nota & quæ sita

ADNOTATIO TERTIA.

QUum autem contigerit præfinitam inferendam lineam dari diuersam ab ipsa semidiametro , vti factum est supra in cōsimili casu , necesse erit media attemperari pro qualitate datæ , vt si maior detur semidiametro , sumenda venit linea , quæ possit rectan-



gulum sub semisse datæ in semissem semicordæ , vt in schemate semissis G sit CV , semicordæ semissis CN , & ducto circello CPV , iunctaque CP , vt media inter C V , & CN , illa apponenda erit ad angulos rectos super AI iam supra inuentam vt media , tunc cum adplicanda erit æqualis semicordæ , sit illa IO , & ducta AO media emendata erit inter extremas reperiendas , quarum differentia sit ipsa G data , & inuentis extremis , maior illarum DF aptata ex D puncto in occursum semicordæ , exiet intercepta EF æqualis G , quod vt supra ostendendum fuerit , & si quidem G data semidiametro cedat , facta eadem constructione linea CP erit iuxta suam po-

F

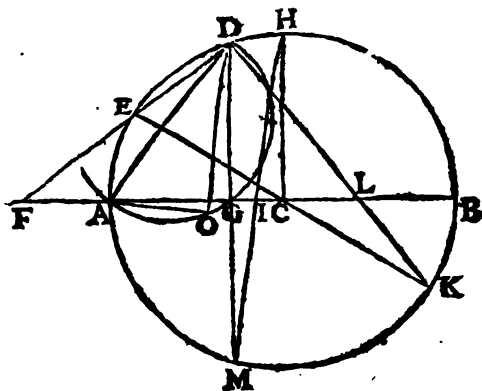
tentiam

tentiam minuenda à quadrato AI . Ita latus reliquum emendata habebitur media ad præstandum quæsitum.

PROBLEMA SEXTVM.

Datis iisdem vt supra, punctum verò tantum consistat citra verticem quadrantis, illud idem præstare.

Sit semicirculus, in peripheria punctum D , linea verò semidiametro æqualis AC , secetur in H circulus, & descendant ad normam



lus, & descendant ad normam HC , DG , hæc producta in M , iungatur HM , secta erit diameter in I : deinde portio BI secetur bifariam in L , & iuncta DLK , acquiritur punctum K , ex quo

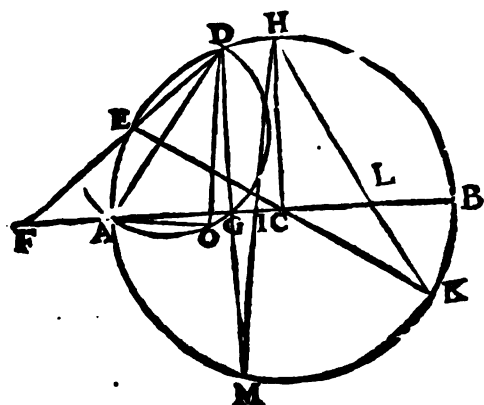
in circulo KE æqualis HM , habebitur E punctum in peripheria, per quod si agatur ex D linea DF . Dico huius partem interceptam EF ab educta diametro, ac conuexo peripheriæ, æqualem esse ipsi AC . Nam iuncta DA , eius quadratum superabit spatium quod fit sub FDE , per rectangulum sub FA in CG bis: resoluitur enim

enim per primam, ac 12 secundi in vtrumque, scilicet

$$\begin{array}{l} EFD) \\ \times EDF) \end{array} \quad \& \text{ in } \quad \begin{array}{l} FAQ \\ \times FA \text{ in } AG2 \\ \times ADQ \end{array}$$

At rectangulo EFD æquatur factum sub AFB ,

Ad 6. Probl. fol. 42.



plata è quadrato DF plus
l in $CG2$, ergo per anti-
uabitur ADQ , siue EDF
de spatium si ad formam
 FA in $CG2$, sublatum ex
ati latus, nempe DO me-
idum extremas DF , FE ,
FE, & æqualis AC , sum-
ne, ex æqualitate earun-
propositum, vt inculca-

PRIMA.

in superiore alio casu li-
uidatur BG bifariam in
 HLK , porro agatur alia
m M , & aptanda erit
K puncto, vt habea-
n E .

ortio determinata, &
est supra determinari,

et in puncti,

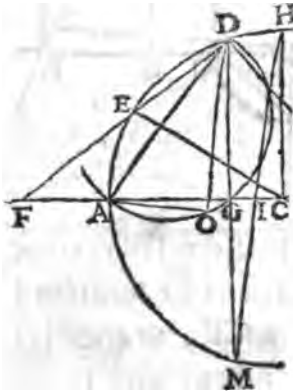
et fieret, vt adpli-
cata

tentiam minuenda à quadrato AI . Ita latus reliquū
emendata habebitur media ad præstandum quæsitum.

PROBLEMA SEXTVM.

Datis iisdem vt supra, pun ~~ctum~~ *consistat circa*
verticem quadrantis, illud

Sit semicirculus, in pe
rò semidiametro α



in circulo KE æqualis
peripheria, per quod
huius partem intercept
conuexo peripheriæ,
et DA , eius quadra
 FDE , per rectan

et MO et

enim

enim per primam, ac 1 2 secundi in verumque, scilicet

$$\begin{array}{l} EFD) \\ * EDF) \end{array} \text{ \& in } \begin{array}{l} FAQ \\ * FA \text{ in } AG_2 \\ + ADQ \end{array}$$

At rectangulo EFD æquatur factum sub AFB , idest $FAQ + FA$ in AB , at sublata è quadrato DF plus æquo auferretur quam sit FA in CG_2 , ergo per antithesim $EDF + FA$ in CG_2 æquabitur ADQ , siue $EDF = ADQ - FA$ in CG_2 , & hoc spatium si ad formam quadrati transeat, fiet $AOQ = FA$ in CG_2 , sublatum ex quadrato AD , & reliqui quadrati latus, nempe DO media emendata erit ad inquirendum extremas DF , FE , ut earum differentia rursus fiat FE , & æqualis AC , sumpta enim fuerat in constructione, ex æqualitate earundem extremarum, & constat propositum, ut inculcari magis non sit necesse.

ADNOTATIO PRIMA.

Illud idem punctum E , ut in superiore alio casu licebit assequi, utpotè si diuidatur BG bifariam in puncto, & per idem ex H linea HLK , porro agatur alia ex D in C , ibidem erit punctum M , & aptanda erit in circulo linea æqualis DCM ex K puncto, ut habeatur rursus in peripheria punctum E .

Cæterum habebitur FA portio determinata, & posset adhuc ulterius, ut factum est supra determinari, quod indicasse sufficiat.

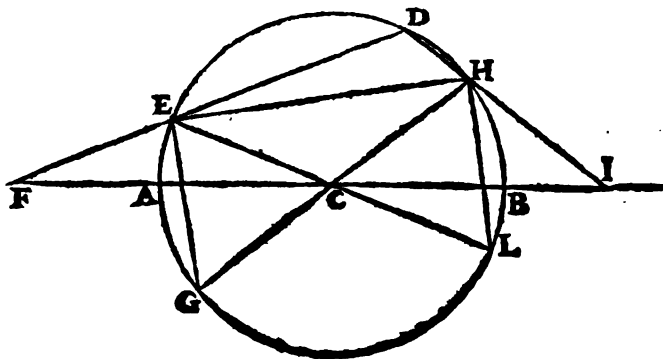
At si ex situ puncti, & ex data linea fieret, ut adpli-

gruus in centro legitimè trisecari, vt arcus AE fiat triens arcus DB, siue ACE triens anguli BCD, vt incompetens, & absurdum fiat prouocare ad postulatum ipsa Geometria expulsum.

PROBLEMA SEPTIMUM.

Dato in peripheria semicirculi puncto extra verticem quadrantis, oporteat duas inclinare ad diuersa, diametro occurrentes eductæ, vt interceptæ ambo, abs conuexo æquentur diametro,

Completeur circulus in quo sit positione punctum D, & acta, per aliquod præmissorum problema,



DEF, ex vna partium quod reliquum est per facili quidem est, nam posita EG, seu HL semidiametro equali, & per centrum conductæ GCH seu LCE punctum reliquum

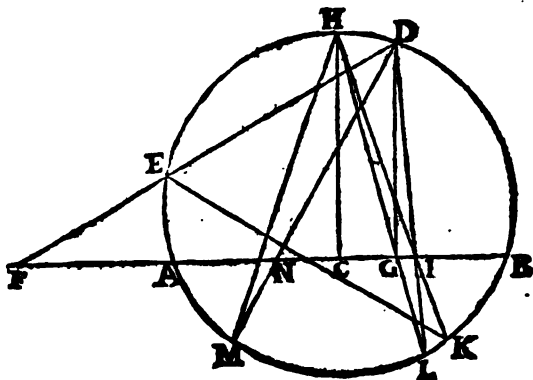
quum reperitur coalternum, Immo ex altero inuenio per solam adplicationem lateris Isopleuris trianguli, vt ex E in H punctum erit quod queritur, nam quadratum GH , scù LE potest, & GE femidiametri, & Isopleuri lateris quadrata, vnde sequitur tàm AE trientem esse arcus DB , quam BH arcus AD , quod etiam de angulis in centro oppositis ratio est eadem, quare consensus animaduerti licet totius operis, pro diuersitate puncti semper LE , HG secari bifariam in centro, non autem in alijs portionibus, vt infra.

PROBLEMA OCTAVVM.

Data portione maiore semicirculo, & puncto in peripheria dato ultra quadrantis verticem, linea verò semicorda æquali, vt inter conuexum, & eductam cordam ponatur, & pertineat ad punctum datum.

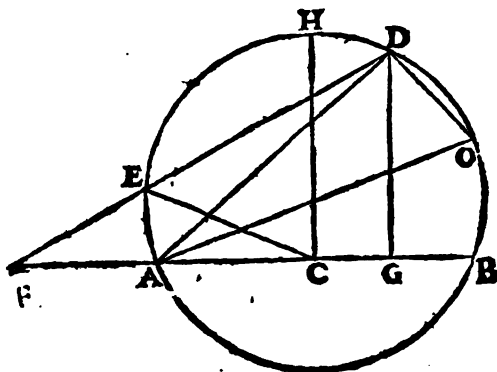
SIt ADB portio maior semicirculo, punctum D , secetur in H bifariam peripheria, & perpendiculares in diametrum sint HC , DG , & portio diametri AG secetur bifariam in N , & duæ deducantur lineæ DNM , HGL secantes peripheriam in punctis M , L , deindè iungantur HM , DL , & hæc iterum secabit diametrum in I , per quod, acta HIK , habebitur aliud punctum in peripheria nempe K , ex quo ad partes A aptetur in circulo KE æqualis assumpta ipsi HM . Dico quod puncto E absoluetur problema, vtpotè ducta DE in occursum

sú cordæ pro-
tractæ BA , in-
tercepta pars
 FE æquari se-
micordæ AC ,
quod vt absq;
confusione li-
neariû ostendi
queat, sit re-
plicata portio
 ADB , in qua



ex inclinata DEF, habetur limitata FA portio eductæ
 cordę, & cum CG bis spatium, quo FDE rectangulum
 superat quadratum AD, cui si addatur illud potens,
 vt DO posita ad rectum angulum, & connexa AO,
 emendata fiet media proportionalis ad extremas inue-
 niendum in se-

rie trium, & differentia extremarū sit semicorda, quibus inuētis, D F maior fiet, minor verò D E, vt per repetitionē earum resolutionum,

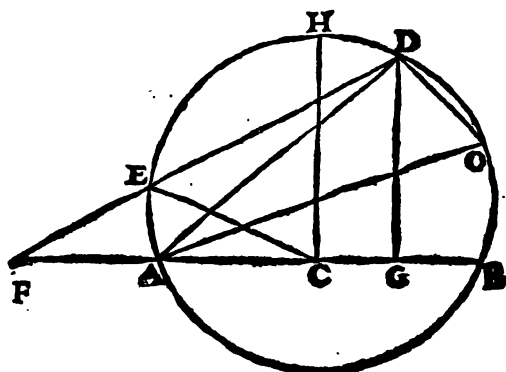


vt in confimili ostendetur, quoniam in amblygonio
ADF triangulo, latus maius DF potest duo quadrata
AF,

AF, AD, plus eo quod fit sub FA in AG bis, & pariter resoluitur idem in duo rectangula EDF, EFD, quæ comparata, vt factum est supra, erunt

$$\begin{array}{lcl} EDF) & & FAQ \\ *EFD) & \text{æqualia} & *FAG_2 \\ & & *ADQ \end{array}$$

Verum duo FAG rectangula, vna cum quadrato FA excedunt AFB rectangulum in eo, quod AG bis



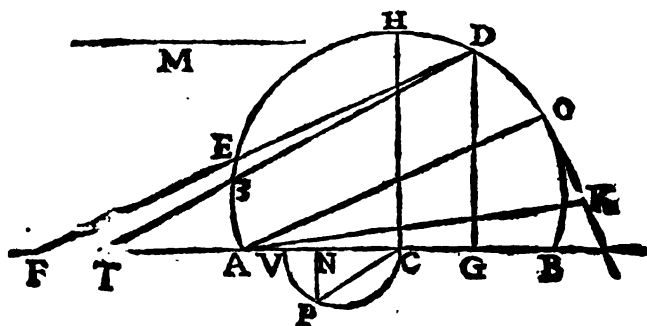
superat corda AB, hoc est per CG bis, ablatis ergo æqualibus, ac reliquis collectis, fiet EDF rectangulum æquale $\square ADQ + FA$ in CG_2 , quare ad extremas inquirendum in serie tri

um proportionalium media fiet, quæ possit FD in DE, sic differentia earundem erit FE, at easdemmet extremas acquisimus ex media AO potens, nempe idem FD E rectangulum, & differentia AC; quare consequitur necessario fieri æquales AC, & FE, & pertinet ad punctum D. Ideo factum quod oportuit.

A D N O T A T I O.

C Vm in vertice portionis dabitur punctum H, media perpetuò erit ducta AH, & extremarum differentia semicorda AC, vt in semicirculo est demonstratum, ita adplicata inter conuexum & eductam cordam æqualis semicordæ euadet, quod ex supra deductis facile posset confirmari; cum verò aliundè à vertice D punctum datur, tunc limitari oportet media pro quolibet datæ lineæ magnitudine singulatim. Sit portio semicircu-

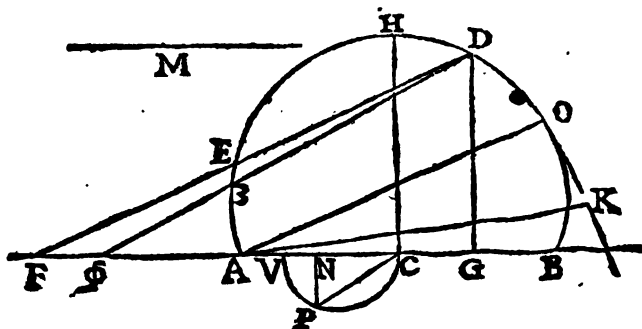
lo maior
ADB, pun-
ctum D vl-
tra verti-
cem, lon-
gitudo li-
neæ M, &
sit iam du-
cta DT,



quæ det T, adplicatam æqualem semicordæ, & potens TD, sit AO, accipiaturs semissis M in CV, semissis semicordæ in CN, & quod rectangulum possit sub VC in CN sit CP, addatur ad AO in angulo recto, & sit OK æqualis PC, duoque quadrata AO, & OK linea sit potest AK, quæ erit emendata media, vt inueniantur extreme ex datis scilicet AK media, & differentia extremarum ipsa M, quæ de more si reperiatur, & maior earundem DF ex puncto D ponatur inclinata ad

G occursum

occursum eductę cordę relinquetur intercepta eius pars FE á conuexo, quę ipsi M præfinitę erit æqualis, quod quidem per eadem transcundo vestigia, posset ordinari demonstratio, cumque abundè superius repetitum sit in hisce vltcrius immorari censemus fore inopor-



tunum, & si quidem semicorda AC maior esset ipsa data, quadratum OK eadem via obtentū subdu-

cendum foret è quadrato AO , & quod residuum posset, linea scilicet lateris esset ponenda media, sed cum data pro differentia extremarum inuenientur extreme, & illarum maior, à puncto D inclinata caderet inter A_3 , quod etiam pro ijs, quę sequentur adnotatum esse volumus, absque eo quod iterentur.

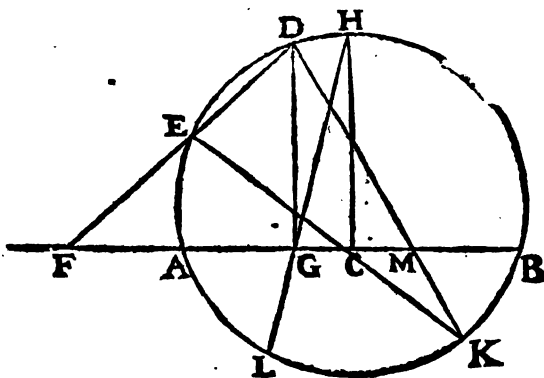
PROBLEMA NONVM.

Isdem quę supra datis, situs attemen dati puncti citra consistat verticem, illud idem efficere.

S It portio HDB secta bifariam in H , & punctum D datum citra verticem portionis consistat; linea
verò

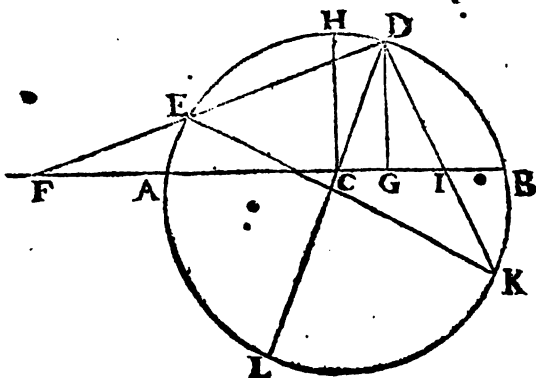
verò aptanda æqualis semicordę, demittantur norma-
liter DG , HC super cordam, & pars comprehensa BG
diuidatur bifariam in M , & due agantur lineę DMK ,
 HGL , deindę à puncto inuenito K , ponatur in circulo
 KE æqualis ipsi
 HL . Dico quod

puncto E efficitur problema, ne
pe productis D
 E, BA commit-
tentes se in F pun-
cto, fieri adpli-
cata EF æqualis
semicordę AC ,
ponatur eadem
portio in coe-
quali, vt in sche-



mate secundo, & ducta AD , ab eius quadrato erit subtrahendum quadratum æquale ei rectangulo, quod fiet sub FA in GC bis, & sit AI , reliqua iuncta DI erit, quæ sumenda, ut media in serie trium proportionalium ad extremas inveniendas, cum illarum differentia AC semicordæ, & erit maior illarum DF , de more ponenda ex D in occursum educatæ cordæ, & harum demonstratio ferè per repetitionem consimilium ostendi posset, quod non esse opus, ex dictis patet.

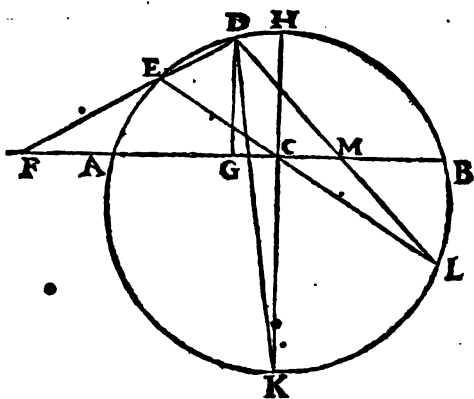
tantur HC , DG perpendiculares, deinde portio BG secetur in I bifariam, & agantur DCL , DIK , & ex K in circulo appetur KE æqualis ipsi DL , & assequetur punctum in peripheria E , quo effici problema, si ulterius progredi libeat non discedes à præmissis cõsimilibus ostẽdi posset, & nos ut superflua non repetimus.



PROBLEMA VNDEMVM.

Isdemmet datis, tantum consistat punẽtum citra verticẽm portionis, & illud idem efficere.

C Ompleteur circulus, & data ADH portio biseccetur in H , & ut supra HC , DG perpendiculares, à puncto nempè dato D , portio deindẽ GB , in M bifariam sec̃ta, & porrecta HC ad peripheriam in K , duẽ agantur DK , DML , à quo L inuento puncto ponatur in circulo LE , quẽ assumatur æqualis DK , & dabitur



bitur punctum E ,
per quod si agatur
 DEF , fiet adpli-
catâ EF æqualis
semicordæ AC ,
quod ad instar ali-
orum casuum erit
ratiocinandum.

A D N O T A T I O.

ET in hoc casu eadem cautio recurrit, ut ex situ
dati puncti, ac magnitudine lineæ posset totam
extra peripheriam excurrere extra circulum, tangens-
que tantum fieri ad D punctum, verum si linea diuer-
sa ab ipsa semicorda exponatur iam diximus ea qua li-
mitanda media ut, idonea euaderet, .

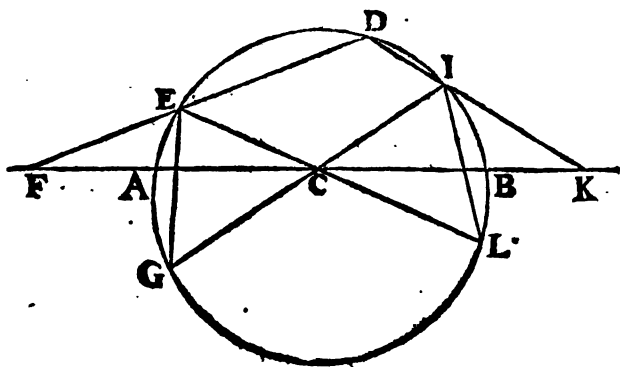
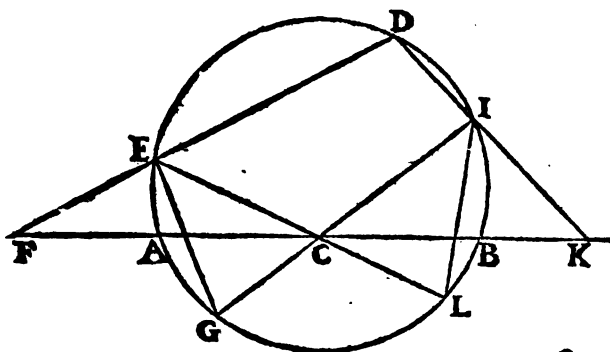
Ceterum in portionibus supra, vel infra semicirculum potest linea adplicari ad instar semicirculi, ut adplicatae æquales fiant cuilibet datæ supra, vel infra, aut ipsi semicordæ, at sectio tripartita arcus siue anguli numquam succedet, nisi in semicirculo, & cum intercepta fiet æqualis semidiametro, etenim propria est semicirculi, ac semidiametri passio, quæ ad portiones negat natura communicari ceteras.

PRO-

PROBLEMA DVODECIMVM

*In portionibus à semicirculo diuersis, dato pũcto, & nõ in ver-
tice, licet ex vtraque parte inclinare duas occurrẽte porrectæ
cordæ, adeò vt, & æquales fiant, & cordã simul adequent .*

IN portione siuè maiore , siuè minore semicirculo
signetur *D* punctum extra verticem, & ex congruo
suo proble-
mate ex su-
pra indu-
ctis agatur
siuè *DEF* ,
siuè *DIK* ,
vt interce-
ptæ *FE*, vel
IK sũt æqua-
les semicor-
dæ , & per
pũctum *C*
cordæ dimi-
diũ signãs,
agatur *EC*
L , vel *IC*
G , habebi-
tur & vicif-
sim, aut pũ-
ctum *I*, aut
punctũ *E* ,



& erunt

& erunt aptatę EF , Ik eşuales ipſi AC , vt ſimul connexe ſint ipſa corda AB , & in hoc agnoſcitur elegans rei naturę conſenſus, vt in ſemicirculo diximus in conſimili iunctę lineę LCE , GCI per centrum tranſire, hęc per ſemiſſem cordę, etenim triangula duo CEG , CIL ſunt eşqualia, & ſimilia, & addito trapezio $CIDE$ communi, eşqualia ſunt duo alia $IDEG$, $LIDE$, nec vltcrius afferetur oſtenſio quum ex ſingulis præmiſſis pendeat.

PROBLEMA DECIMVM TERT.

Data portione ſemicirculo maiore, & in periphēria puncto, ac præſinita, quam aptare oporteat, vt inter conuexum, & porrectam cordam, ad datum pertineat punctum.

Idem fatemur eſſe cum octauo, vel nono problematis, ſed idcō proponitur rurfus ad vſum, & vt propoſitio ſexta ſupplementi Vietę ad methodum reuocetur geometricam, Ibidem namque author ſic ſub alijs verbis propoſuerat, nempe.

„ *Datis ex tribus propoſitis lineis proportionalibus, prima,*
 „ *& ea, cuius quadratum æquale ſit ei, quo differt quadra-*
 „ *tum compoſitę è ſecunda, & tertia, à quadrato compo-*
 „ *ſitę è ſecunda, & tertia; inuenire ſecundam, & ter-*
 „ *tiam proportionales.*

Conſtructio Vietęa fuerat, ex tribus in analogia, data prima AB , & recta BD , cuius quadratum æquale ſit ei, quo differt quadratum compoſitę è ſecunda, &
 tertia,

tertia, à quadrato composita è secunda, & prima, ut discernantur proportionales, secunda & tertia. Componantur ad angulos rectos AB , & BD , & iungatur AD , quæ statuatur diameter circuli è centro C , à puncto autem D in eductam cordam BA inclinetur linea DF , adeò ut intercepta circuli conuexo, nempe EF æqualis fiat præfinitæ, scilicet AB (huc usque se haberet rectè constructio, nisi pro inclinanda linea DF superpetias author ex postulato requisivisset) at modo per ea, quæ à nobis sunt superius allata per congruum problema, nam portio $AHDB$ præstat semicirculo, agatur DF , adeout intercepta FE portio sit æqualis præfinitæ AB , absoluta constructione in ipsa demon-

strationis serie imperfe-

ctio nulla est:

resumamus i-

gitur autho-

ris verba, iū-

gantur AE ,

& AH æqui-

distans eua-

dat BD , & a-

gatur DH ,

erunt triangu-
la DGH , AEF similia, & æqualia; nam

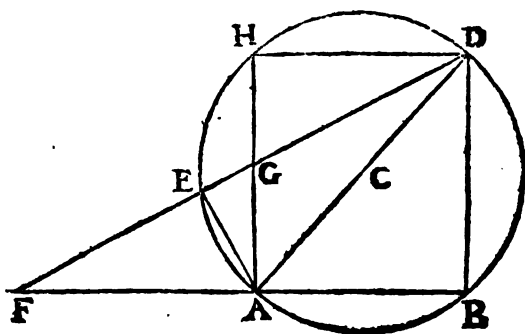
anguli ad E & H sunt recti, & AFE suo coalterno HD

G fit æqualis, latera verò DH , seu AB , & FE æqualia

sunt ex constructione, est autem ut BA ad AF , ita DG

ad GF , siue FA ad FG ; sunt ergo tres proportionales

H BA ,



distet ex centro, CD ; ex puncto D agatur DF , itaut EF æquetur semidiametro AC , quod fieri posse geometricè ostendimus in quinto problemate, & huic ex H puncto æquidistans fiat HI , porrò ex I puncto ponatur in circulo linea IK æqualis semidiametro AC . Dico arcum AK septimam partem esse totius circuli, nec ulterius hìc censemus demòstrationem addere oportunū, poterit namque quilibet studiosus apud authorem inquirere, & quod aliàs subobscura, à plurimis videbatur, longè facilius in nupera editione Bataua (qua cuncta prius impressa vno comprehensa habentur volumine) nam ab eximio Mathematico Franc. Schooten (qui curam totius operis repurgandi in se suscepit, & elegantissimè absoluit) huic propositioni fuit subiunctum scholium, sibi ex nostra transmissum Italia, ad locū illustrandum satis idoneum, ut ipsemet testatur in notis.

A D N O T A T I O.

NON pauci pro descriptione heptagoni laborarunt, & ferè omnes in vna suarum Decadum Io: Camillus Gloriosus retulit, & ut Pseudographos reprobauerat, deinceps sanè erunt ab ipsa Geometria exulandi, nam & heptagonum, & alias figuras imparium laterum, facultas ipsa exhibet, ut infra docebitur, quod hætenus inter impossibilia erant collocata, & nihilominus adeò faciliter traduntur, ut melius optare censeatur minime posse quicquam.

PROBL. DECIMVMQVINTVM

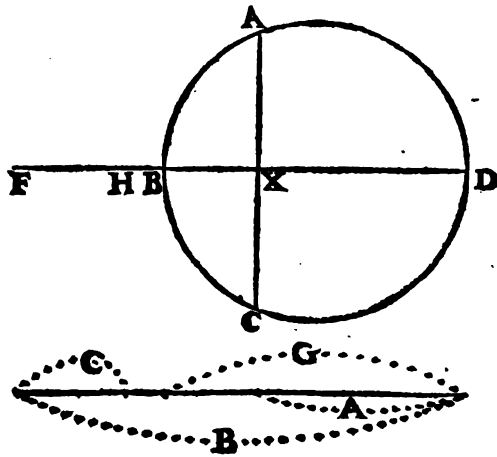
Datam sphæram ita secare , vt portiones inter se sint in ratione data .

DEsūmimūs hoc ex secundo de sphæra , & cilindro, propositione quarta eximij illius Siculi Senis , & libenter supponimus authoris , quæ ad nostra non peruenire tempora ignota haud eidem potuisse haberi , attamen , quæ à scholiaste Eutocio , & nuper à Fleurantio repastinata videntur, ad constructionē completam nihil conferre omnes fatentur , vt opus fuerit suppetias è mechanicis implorare : nos verò profiteamur cuncta debere expelli , cum viderint studiosi per sua principia facultas sibi sufficere .

Sit igitur sphæra secanda ABCD tali plano , vt vna portio se habeat ad aliam in ratione R ad S data , ponatur factum , vt cum Analystis rem absoluamus , & sectio facta erit , circulus ijsdem elemētis signatus, eius diameter , atque axis BD , cui indirectum ea quæ ex centro æqualis adijciatur BF , deindè eadem secetur puncto H , vt sit FH ad HB in ratione data R ad S , porro tum analysis , tum synthesis Archimedea cōducit , vt oporteat iterum diametrum BD nouo secari puncto , vt verbi causa in X , et fiat quadratum partis DX ad quadratum diametri BD , vt longitudo FH se habet ad longitudinem FX , quo facto consequenter ostendit author , quod planum secans sphæram
per

per punctum X transiens, et diametro insistens ad normam quęsitum absolueret, hoc est fieri ADC portio ad portionem ABC in eadem esse ratione, veluti FX ad FH , scilicet R ad S , quare puncti illius X inuentio fuerat scopulus, in quem impacti hactenus omnes labores declinarunt proprios. Transponatur FD linea, (quę continet ter semidiameterum sphaerę) et simul concessis punctis, deinde per analyticos præcepta

DF dicatur B : portio FH dicatur esse C : et diameter vocetur G , demum ignota DX sit A , ut FX fingatur esse $B--A$, ex hisce per consequentia artis analyticos, quod ignotum est manifestum fiet, etenim dicebamus debere esse in analogia GQ ad AQ , ut $B--A$ ad C quartum, scilicet illud est ut DBQ ad DXQ , sit FX ad FH , porro ad equalitatem conuersa analogia, solida facta equalia erunt



DF dicatur B : portio FH dicatur esse C : et diameter vocetur G , demum ignota DX sit A , ut FX fingatur esse $B--A$, ex hisce per consequentia artis analyticos, quod ignotum est manifestum fiet, etenim dicebamus debere esse in analogia GQ ad AQ , ut $B--A$ ad C quartum, scilicet illud est ut DBQ ad DXQ , sit FX ad FH , porro ad equalitatem conuersa analogia, solida facta equalia erunt

$$GQ \text{ in } C = \frac{B \text{ in } A Q}{-- AC}$$

Igitur res denoluta est ad analyticum tertium ex supra inductis ab Andersono, nempe.

Ex serie

„ Ex serie quatuor proportionalium data secunda, & aggregato prima, & quarta exhibere proportionales.

Quare si inter G , & C magnitudines datas, inveniuntur binę in analogia cōtinua, erit illarum prima maior latus cubi ęqualis solido, quod fit ex GQ in C , fit illa D , ęqualitas ergo erit noua, D cubus $= \frac{B \text{ in } AQ}{AC}$

Et ideò latus cubi D erit in analogia quatuor proportionalium secunda nempè $\overset{1}{A}; \overset{2}{D}; \frac{\overset{3}{DQ}}{\overset{4}{A}}; B--A$, &

si quidem manentibus aliis, prima, & tertia ęqualiter multiplicentur per ipsum A , analogia non turbabitur

& erunt $\overset{1}{AQ}, \overset{2}{D}, \overset{3}{DQ}, \overset{4}{B--A}$, iterum proportionales, sicque vt prius adpareret, quod factum sub extremis æquatur facto sub medijs, cumque prima sit A , secunda D , & adgregatum primę & quartę ipsum B , è quo si auferatur prima A , relinquetur quarta $B--A$, & ducendo secundam in quartam fiet compositum ęquale quadrato tertię, ergo $D \text{ in } B) - D \text{ in } A)$ ęquale D quadrato,

porrò si ordinetur æqualitas, segregando scilicet à notis ignota, erit $D \text{ in } B - DQ = D \text{ in } A$, adhibita nē.

pè. antithesi, ergo si abs facto plano rectangulo sub D in B lateribus auferatur D quadratum, & quod est reliquum dicatur F quadratum, tunc æqualitas redit

$FQ-$

$FQ = D$ in A , & reuocata ad analogiam

Ita D ad F , vt F ad A , at magnitudines tres priores notæ sunt, quarta igitur statim innotescet, quæ fuerat A , nimirum DX in schemate, ergo punctum X quæsitum signatum habetur, cumque ab initio erat conuertendo,

vt DXQ ad BDQ , Ita FH ad FX
 planum transiens ad rectos angulos super diametrum, hoc est AXC secabit sphaeram in duas portiones ADC , & ABC in ea ratione, vt FH ad FX , scilicet R ad S data, quod erat faciendum.

A D N O T A T I O.

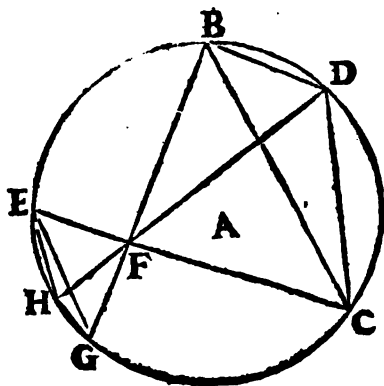
AD huius instar nō pauca apud Authores plurimos poterunt restitui, & ad genus planorum penitus reuocari, quod relinquimus otiosioribus, nobis satis fuerit aperuisse methodum, ac prætulisse facem.

PROBL. DECIMVMSEXTVM

In vno, eodemque circulo similes, ac inæquales duas portiones suscipere.

SIt circulus circa A centrum, & in eo ducatur quælibet linea diametro minor, vt BC (etenim propositio est de portionibus inæqualibus) fiant super extrema puncta BC anguli semirecti CBF , FCB , erit reliquus

quus angulus BFC in eodem triangulo rectus, & productis lateribus CF , BF vsque ad peripheriam, & iuncta EG , etiam in alio triangulo EFG semirecti fient anguli ad basim EG . Dico quod portiones BDC , EHG sunt similes in eodem circulo, & quod inæquales fiat probari non debet ex euidencia. Accipiaturs aliquod



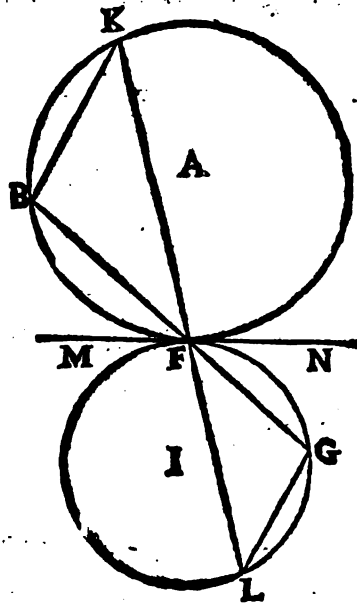
punctum D , & hoc ad libitum, ex quo per F communem verticem ducatur DFH , portiones oppositè secabit similiter, et fiet, vt BD , ad DC , ita GH ad HE , si enim iungantur cordè BD , CD , nec non HG , HE , anguli BDH , BGH super eandem peripheriam BEH equa-

les sunt, vt etiam anguli DHG , DBG super eandem insistentes peripheriam DCG pares sunt, reliqui verò ad F sunt verticales, quare ex ipsa similium definitione figurarum, illa duo triangula similia esse non potest infici, et eodem prorsus modo similia fiunt duo opposita alia triangula EFH , DFC demonstrari poterit, & quibuscumque aliis productis per aliam lineam è puncto in diuerso situ abs D , Ideò ratio eadem fit arcus B D ad DC , què GH , ad HE , siuè alternè BD ad GH , vt DC ad HE , siuè componendo, et per conuersionem, siuè diuidendo, igitur nihil officit ad argumentandum

dum de angulis, vt factum est de peripherijs simul congrue ad centrum postea relatis, quare in circulo eodem due sumptæ fuerunt portiones similes, & inæquales, quod erat faciendum

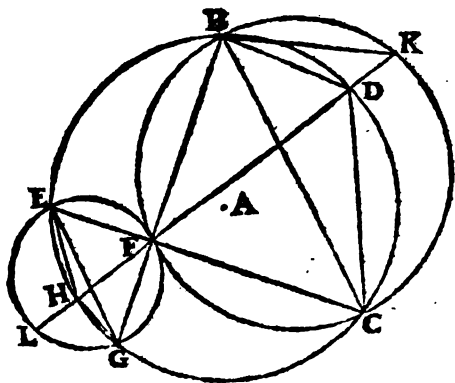
ADNOTATIO PRIMA.

V Erum quæ recentur inducuntur nisi ad vltimum principiorum fuerint resoluta agnouimus frequenter ingerere sorupula, præsertim ijs, qui non admodum sunt prouecti, & ad critice siunt procliuiores, vt igitur omnibus fiat satis, & sequentium pateant fundamenta facilius, sint duo inæquales circuli se contingentes in *F* puncto, quorum *A* & *I*, centra, constat ex 12. tertij elementorum, puncta eadem si iungantur transire per punctum contactus, & æqualiter circulos secari; at si per duas quasuis lineas non per centra, in puncto tamen *F* contactus se secantes, portiones ex aduerso similes fieri, vt in schemate *BG*, *KL*, & iunctæ *BK*, *LG* nec non coalternæ por-



I tiones

tionones similes esse, nam duo sunt triangula BFK , GFL , & per contactum ad angulos pares ducta MFN , iam anguli MFB , BKF , vt in coalterna portione sunt equales, sicut NFG , FLG eadem ratione sunt equales, sed anguli MFB , NFG sunt verticales; ergo anguli BKF , GLF sunt æquales, quare æquiangula triangula fiunt, & portiones æqualibus angulis competentes similes fiunt, & quod in diuersis circulis contingit, in vno & eodem fieri circulo, assumi posse ostendit problema præmissum, & sic euidentius licet confirmari, nam si circa duo triangula BFC , EFG scribantur circuli se contingentes in F , & DH ducta linea, ex vtraque parte educatur ad signa peripheriarum



te educatur ad signa peripheriarum L , K , portiones BD , & GH similes fieri iam planum, est in vno eodemque circulo, veluti in diuersis $EFGL$, $CFBK$ triangula BKF , GLF similia, & ita se habere BD ad GH , peripheriæ

eiusdem circuli, sicuti BK peripheria vnius ad LG peripheriam alterius circuli, ob similitudinem triangulorum BFK , GFL , ergo & permutando erit ita BD peripheria ad BK peripheriam vt GH ad GL , arcus ad arcum, quod hæc comparationes & omnes alię fieri pote-

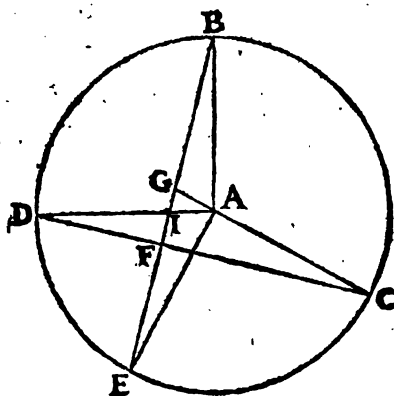
runt ob similitudinem arcuum obtendentium angulos æquales, nam omnes ad vnum relatæ portiones circuli, habebunt angulos proportionales, competentes peripherijs inæqualium partium vnius, siuè diuersorum circulorum.

ADNOTATIO SECVNDA.

DVÆ lineæ in circulo æqualiter se secari non possunt, se Elementator ostendit, nisi per centrum transcant, & si altera bifariam, ab altera per centrum, fieri ad angulos rectos, & è contra,

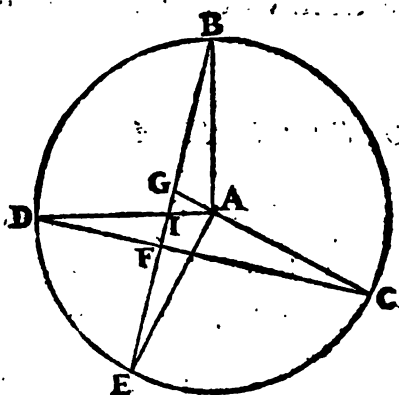
Cui non incongruè addi potest, si in circulo sint duæ æquales lineæ se

secantes, numquam vicissim in partes æquales nisi se comittant ad angulos rectos, nec similitudo exurgit nisi partes reciprocè adæquantur. Sint in circulo, cuius A centrū duæ æquales lineæ D C, B E ita compositæ ad angulos rectos in



F, vt se secent, & pars BF vnius sit æqualis parti alterius FC, sicque DF huius reliqua æquetur FE alterius, tunc continget portiones BC, DE in eodem circulo similes euadere, quod in problemate est demonstratum,

anguli deinde diuersorum circularum reuocantur ad centrum vnus, siue anguli similium partium in vno,



& eodem ad centrum per incrementa, & decrementa penitus paria, vt in circulo si iungantur lineę *BA*, *DA*, *EA*, *CA*, angulus re-
ctus extra centrũ *EFD* reuocatur ad veram quãtitatẽ anguli *DAE* in centro debitam ar-
cui *DE* per decremen-
ta, nam si auferatur an-

gulus *ADF* in triángulo *IFD* relinquetur externus *DIF* angulus, à quo iterum auulso angulo *AEI* habetur in centro angulus *DAE*, & sanè decrementa si accedant angulo conuerticali *BFC*, angulus redibit *BAC* arcui *BC* competens, etenim si angulo recto *BFC* accedat *GCF* angulus, erit horum summa externus (porrecta *CA* in *G*) *BGA*, cui rursus additus *ABG*, fiet summa angulus in centro *BAC*; sed duo decrementa *FDI*, *AEG* equalia sunt incrementis *GCF*, *ABG* ex vi equalium Isosce-
lium, & angulorum supra basim, & hæc addere susti-
nuimus ad omnem tollendum scrupulum in sequenti-
bus præter familiarem nobis stilum.

PROBL. DECIMVMSEPT.

Angulum planum quemcumque secare tripartitò , & in alia quolibet analogia , per solas quippe lineas rectas .

SVpra ex peripheria semicirculi , & lineas rectas geometricè angulum secuimus planum trifariam, modò per solas lineas rectas, non tripartitò tantum , sed in alias impares secari aggredimur partes , & quidem de trisectione tùm alibi, tum in octauo Geometriæ practicæ libro ad xxv. propositionem agens Clavius sanè inter scriptores clarissimus utebatur Nicomedeo artificio in describenda Conchoide , cum aptius nihil haberetur , quod quidem mechanicum si rectè animaduertatur nos in primo problemate expunximus per opus legitimè Geometricum . Interim Clauij verba addi hìc possunt , & sunt sequentia

„ *Problema hoc veteres diu multumq; exagitauit , nec ab*

„ *ullo ad hanc vsque diem geometricè solutum est , &c.*

Quis utique si dixisset angulum planum secari ulterius à tripartitò per loca imparia , in desperatam respondissent vniuersi solutionem incidere , at me memineram aliquando occurrìsse in ijs , quæ omnium Geometrarum maximus scripserat Dositheo suo , initio scilicet libelli de spiralibus , vbi sic ait Archimedes .

„ *Quot in Geometria visa sunt primum impossibilia , quæ tempore suam capiunt perfectionem.*

Quæ quidem verba fateor plurimum me iuuasse,
adco

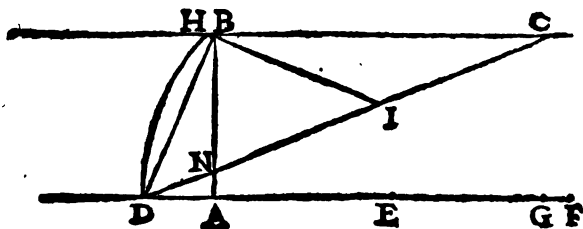
adeò vt in animum induxeram firmiter, in philosophando minimè oportere in aliorum acquiescere sententiam, vbi nulla emergeret impossibilitas, Immò nec ignotum fuerat mihi, tantò præstantiora semper haberi inuenta, quantò minus operosa, quia ad naturæ rationem videantur accedere simpliciora, quam magis composita, idcirco omnes intenderam neruos, vt veterum, ab vsu omni ablegarentur machinamenta, & quid in hoc profecerimus aliorum est iudicium, ac fortasse non abludet vatis illud elegans

Nec omnia grandior atas,

Qua discamus habet : Seris venit vsus ab annis.

Proponimus igitur ex sui natura in infinitum secari angulum planum posse, per solas lineas rectas, nisi ob nimiam ipsarum inclinationem difficultas emergeret, & hanc etiam euitabimus in proximo problemate. Sit interim propositus angulus trisecandus ADB , demittatur perpendicularis BA , & punctum B arbitrariè sumptum, ducat parallelam BC ipsi DA , deinde ex A ponatur AF æqualis duplæ BD , & AF diuisa bifariâ in E , quo facto centro, ac distantia ED , vel circuli pars scribatur DH (& quia punctum B potest infra si oporteat accipi, semper resecabitur parallela in H puncto, quocumq; cadat) porrò sumpto interuallo FH , transferatur in DG , & portio AG in BC . Dico puncto C effici quæsitum, nimirum ducta DC , secare angulum trifariam, quoniam igitur in problemate huius opusculi primo demonstratum est, eadem constructione fieri NC , AF lineæ æquales, si diuidatur NC bifariam

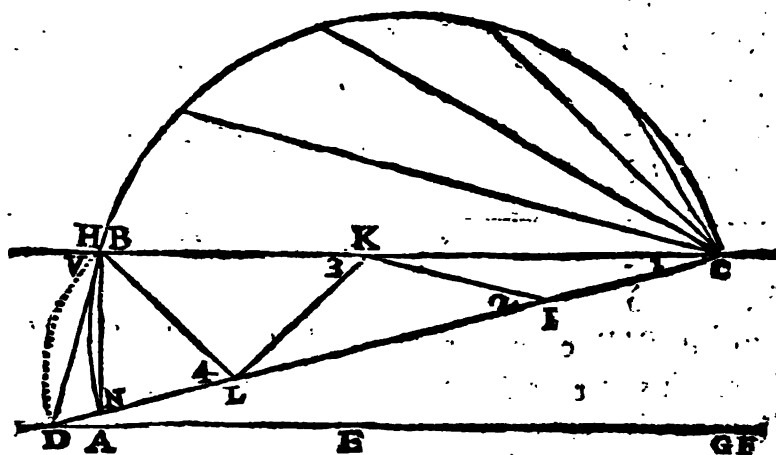
erat fieri imperatum.



& supra.

& supra idem factum fuit. Dico C puncto fieri quæsitū.

Etenim si scriberetur circa NC semicirculus, utiq; transiret per B ob rectum angulum, & si DB amplitu-



do alterni ponatur in BL , LK , KI , IC , erunt quatuor isoscelia æqualium crurum CIK , KIL , LKB , BLD , quare externus angulus KIL fiet duplus interni ICK , & LKB triplus, BLD quadruplus, & demum in totali triangulo BCD externus angulus DBH fiet anguli eiusdem BCD quintuplus, hoc est BDA coalternus illi quintuplus anguli ADN coalternus DCB , quare angulus datus BDA sectus est quintofariam, eius quintans ADN , quod erat, &c.

ADNOTATIO PRIMA.

NEquè in alijs sectionibus imperatis imparium varium quicquam occurret, tantum pro ratione mul-

ne multipla longitudo lineæ *AF* venit limitanda, & pro hac damus hic canonis partem ampliandam si lubeat, at ut innuimus subobscurè apparebunt puncta ob nimiam inclinationem, quod quidem impedimentum auferetur in sequenti opere per suum genus proximum exposituri.

Pro anguli plani trisectione per lineas rectas longitudo proportionæ.

AF ad *BD* fiet ut 2. ad 1.

In quintupla sectione ut 7. ad 2.

In septupla sectione ut 5. ad 1.

In noncupla sectione ut 13. ad 2.

& sic ulterius si placet per additionem proportionis se-

quialteræ $\frac{3}{2}$ ad proximè sequentes impares, &c.

ex hisce agnouerint eiusmodi rei studiosi, quid accessurum ad libellum Vietæ, & ad notas Anderfoni, ad sectiones angulares, inuentum planè ratiocinii acutissimi, sub inuolucris graduum, ac potestatum, indicare analogias, inter latera se se in multipla ratione excedentium angulorum, verum ipsorum triangulorum exhibere magnitudines non poterant, negotium purum est geometricum, & ab ipsa accuratè tantum expectandum.

ADNOTATIO SECVNDA.

VErum angularis sectio in propria sui natura esse circularis, & in suo genere exercenda, omnes

K cogun-

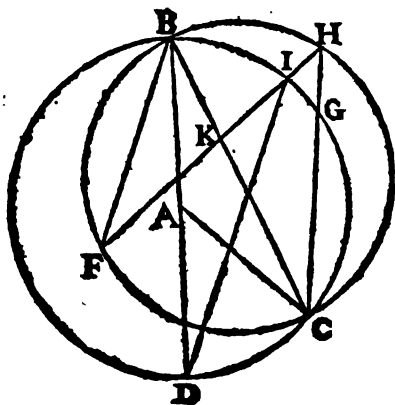
coguntur fateri, quæ verò alia methodo, siue per rectas, & circulares, siue per rectas lineas, vt proximè factum est, suas habent limitationes, aut si mauis imperfectiones, tantùm liberè, perfectè fieri queunt sectiones ex congeneco sibi arcu, quo igitur adhibito, feliciter per sectiones omnes pares, ac impares, effabiles, aut ineffabiles progredi, aut regredi licebit, ad hæc si respexissent veteres exequandi, ac explendi lacunam hanc ipsis tam vastam vtrique nobis haud reliquissent onus, at quod arduum videbatur, ingressi naturæ vestigia facillimum experitur.

PROBL. DECIMVMOCTAVVM

Angulum datum planum secare trifariam per circuli peripherias expedire sectiones omnes poteramus uno actu generali, at lubet incitati rei pulchritudine per non nullos excurrere, & vt ijs qui hoc fieri posse inficias iuere, directè opponamus factum scilicet pro heptagono, ac enneagono &c.

SIT itaque angulus BAC triseccandus, siue eidem congruus arcus BGC , ducatur BC , & circulo completo $DBGC$, in eo ponatur BG amplitudine semidiametri pars sexta BG , & semicirculi triens, deinde circa cordam BC perficiatur circulus alius $BFCH$, in quo sumatur quadrans BE , aut FC , deinde ex puncto C per G datum punctum in peripheria ducatur recta CGH , secabitur circulus $BFCH$ in puncto H , ad quod si ex puncto quadrantis F deducatur linea FH , iterum secabitur
circu-

circulus prior $DBGC$ nouo puncto in I . Dico abscissam
 portionem BI trientem esse portionis BGC , seu ad an-
 gulum in centro relatæ, angulus BAI (ducta AI non
 est) subtripulus fieri an-
 gulo dato BAC , quoniã
 igitur, vt demonstratum
 est inæqualium circulo-
 rum æquales anguli si-
 miles auferunt periphe-
 rias, & sunt in circulo si-
 milia triangu-
 la BFK ,
 CKH , etenim anguli CBF ,
 CHF eidem insunt pe-
 ripheriæ, & qui ad ver-
 tices K æquantur, quare



reliqui BFH , BCH æquales, quia super eadem insunt
 peripheria BH , & explent duos rectos, & vera quanti-
 tas anguli BFH est angulus BDI in sua peripheria BI
 designatus, quare similes in diuersis circulis fiunt BG ,
 BH peripheriæ, sicut BH , & BI inter se similes, hæc vt
 portio BC , siue anguli BAC , illa vt portio semicirculi
 sui BHC , angulus namque BFH , & si non perringat ad
 alterius circuli arcum, quum æqualis sit ostensus alte-
 ri BCH pertingenti, duas facit similes BH , BI portio-
 nes, ergo quæ pars fuerit BG semicirculi BGD , eadem
 fiet BI pars suæ portionis assumptæ BC , hoc est compa-
 ratione relata ad angulos in centro, angulus BAG , quæ
 pars erit duorum rectorum, aut diuidentido, quæ pars
 BG erit relata ad GD , siue angulus BAG ad angulum

K 2 GAD

GAD, eadem ratio erit anguli *BAI* ad angulum *IAC* sed erat angulus *BAG* triens duorum rectorum, ergo & angulus *BAI* triens totius anguli *BAC*, quare sectus erit arcus siue angulus trifariam, & quidem facilliter per planum, quod erat faciendum.

ADNOTATIO PRIMA.

Non est tam propria trisectionis effectio hæc quin pro omnibus demonstrari queat, quod infra facturi erimus vniuersaliter, at quia desumpsimus *BG* sextam circuli partem, & idem licebit pro quinta, ac quindecima, quæ hactenus Geometria suppeditare nouit, & ex demonstratis sequitur in eadem ratione se habere *GI* ad *DC*, vt *BI* ad *IC*, seu *BG* ad *GD*, nam vt totus arcus *BC* ad totum *BCD* arcum, ita ablatum *BG* ad ablatum *BI*, ergo & reliquus *DC* ad reliquum *BI*.

ADNOTATIO SECVNDA.

Hactenus facultas minimè nouerat ad alia imparium loca, vt innuimus extendere effectiones, ars vero ex analysi Vietæ inducta pulcherrimè quippe fuerat, at insufficiens, vt à genere improprio ortum ducens, vt igitur aliquod, & facilius specimen ostenderet Author ingenuè pronunciauerat cap. 5 in responso ad Adrianum nō eadem facilitate quā componūtur problemata posse resolui, neq; enim opus, quod geometricè componitur, per eadem Geometricè resoluitur, scilicet.

„ Ad da-

„ Ad datam primam , & secundam construo seriem conti-
 „ nuè proportionalium ἑῷ αἰσπορ , at non ideò ex data
 „ prima , & quarta , vel sexta exhibeo geometricè se-
 „ cundam .

Ponatur circuli portio, cuius corda sit D , & ea quæ
 ex centro sit X , sint igitur in serie quatuor propor-
 tionalium X data prima, & D differentia, qua tri-
 plum secundæ superat quartam, oporteat inuenire
 secundam.

Peritus logista hæc inquirat arte, ponendo magni-
 tudinem ignotam esse A , quare proportionales qua-
 tuor erunt

$$\begin{array}{cccc}
 1 & 2 & 3 & 4 \\
 X. & A. & \frac{AQ}{X} & \frac{AC}{XQ}
 \end{array} \quad \& \text{ ex iis, quæ, po-}$$

ponuntur triplum secundæ sit A_3 , multatum quarta,
 fiet æquale D dato, vnde æqualitas hæc erit.

$${}_3A - \frac{AC}{XQ} = D, \text{ quod homogeneous dicitur}$$

comparisonis, & si omnia ducantur in XQ ad expur-
 gandas fractiones, æquatio noua erit

$$XQ \text{ in } A_3 - AC = XQ \text{ in } D$$

& quia in opere diuisionis, seu multiplicationis vnitas
 nihil immutat, erit ${}_3A - AC = D$

& vsque huc Analysta suum deducit ex arte epilogismū
 indicans, quod ad eruendum latus A , necesse haberi, vt
 arcus siue angulus trifariā secetur, quod à nemine hæc-

nus per p̄icipia germana facultati nouimus gestum, & tunc geometriæ occurrerant per aliquod mechanicum, & arithmeticæ, per industriosam diuisionem homogenei comparationis, addendo solida, verùm sua laude inuentio eiusmodi (antiquioribus ignota) fraudari non licet, sed ad accuratè quæsitum assequendum prorsus digrediens. Porro in serie sex linearum continuè proportionalium si daretur prima, & recta æquali secundæ quintupla, plus sexta minus quintuplo quartæ ad exhibendam secundam, similiter pro secunda poneretur *A* ignotum, & fieret logistica series,

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \text{X. A.} & \frac{AQ}{X} & \frac{AC}{XQ} & \frac{AQQ}{XC} & \frac{AQC}{XQQ} & \end{array} \text{ \& \text{æquatio ex}$$

iis, quæ proponuntur fieret,

$$5A --- AC, * \frac{AQC}{XQQ} = D \text{ solido, \& expurga-}$$

tis fractionibus, omnia scilicet ducta in XQQ fieret XQQ in A , $5XQ$ in AC , $* AQC = XQQ$ in D solidū, & quia vnitas nihil immutat sublata, noua erit æquatio $5N - 5C + 1QQ = D$ solido sic vltèrius si series fieret octo linearū in continua analogia ex data prima, & recta qua secundæ septuplum, plus septuplo sextæ superat quartam quater decies, vna cum octaua ad exhibendam secundam, effect series logistica.

1	2	3	4	5	6	7	8
X.	A.	AQ.	AC.	AQQ.	AQC.	ACC.	AQQC.
		\overline{X}	\overline{XQ}	\overline{XC}	\overline{XQQ}	\overline{XQC}	\overline{XCC}

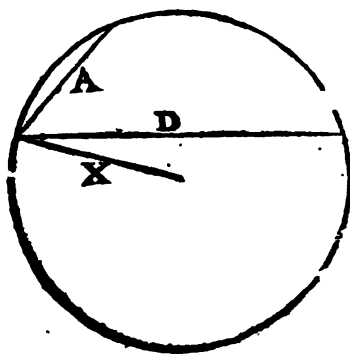
& ex ijs, quæ proponuntur æqualitas effct,

$$7A - AC + AQC - AQQC \\ \overline{XQ} \quad \overline{XQQ} \quad \overline{XCC} \text{ æqualia D solido,}$$

& si expurgentur à fractionibus æqualitas erit

XCC in $A7$ -- XQQ in AC 14. $+ XQ$ in AQC 7 --
 $AQQC = XCC$ in D & vbique expuncta vnitate ordi-
 nata æqualitas erit

$7N - 14C + 7QC - 1QQC = D$ solido,
 magnitudo exprimens ipsā cordā D , cuius IN latus fit
 heptagoni, at in sua con-
 grua serie latus figurarū
 imparium, attamen illa
 explicare nequit, sed sub
 istis algebricis inuolucris
 indicare, hæc induxerat
 ibidem doctissimus au-
 thor, vt à faciliiori osten-
 deret qua vsus fuerat me-
 thodo ad explicationem
 Adriani problematis, &
 erat prorogando præmis-
 sum thema, vt si proponeretur series quadraginta sex
 linearum proportionalium, & data harum prima, & re-
 cta equali secundæ multiplici per numerum 45.



minus

	45
• minus quarta multiplici per numerum	3795
plus sexta multiplici per numerum	95634
minus octaua multiplici per numerum	1138500
plus decima multiplici per numerum	7811375
minus duodecima multiplici p numerū	34512075
plus decima quarta multip. per numerū	105306075
minus decima sexta multip. per numerū	232676280
plus decima octaua multip. per numerū	384942375
minus vicesima multip. per numerum	488494125
plus vicesima secūda multip. per numerū	483841800
minus vicesima quarta mult. per numerū	378658800
plus vicesima sexta multip. per numerū	236030652
minus vicesima octaua mult. per numerū	117679100
plus tricesima multiplici per numerum	46955700
minus tricesima secunda per numerum	14945040
plus tricesima quarta multip. per numerū	3764565
minus tricesima sexta multip. per numerum	740259
plus tricesima octaua multip. per numerum	111150
minus quadragesima multip. per numerum	12300
plus quadragesima secunda per numerum	945
minus quadragesima quarta per numerum	45
plus quadtagesima sexta	

„ *Inuenire secundam*

„ *Vbi author subiungit, Quid igitur quærit á Geometris
Adrianus Romanus?*

„ *Datum angulum trifariam secare.*

„ *Datum angulum quintufariam secare.*

Et quid ab Analyſtis?

„ *Datum*

- „ Datum solidum sub latore, & dato coefficiente plano
 „ adfectum multa cubi resolvere.
 „ Datum quadratocubum adfectum adiunctione quidem
 „ plano solidi, sub latore, & dato coefficiente planopiano,
 „ multa verò plano solidi sub cubo, & dato coefficiente
 „ plano resolvere.

Quare querenti Adriano licet siue in Geometri-
 cis, siue in Arithmeticis satisfacere, Adscito nempe eo
 quod ad supplementum Geometrie inducendum fuit po-
 stulato, hætenus eximius auctor, qui mira prius dex-
 teritate non risè propositum emendauit, ac resolu-
 tum euulgauit, nihilominus quum hæretet princi-
 pio minimè facultate ipsa probato, deinceps accu-
 ratum penitus adesse cognoscent studiosi, exposi-
 turi generalem formam anguli diuidendi in partes
 imperatas, & impares, & ex consequenti me-
 dias proportionales, quæ in serie Analogica sunt op-
 portunæ.

ADNOTATIO TERTIA.

Omnes quippe eruditi, qui de eiusmodi doctri-
 nis verba fecerunt, artem secandi angulos per
 loca imparia tam difficilem censuere, vt nulla spes
 ab vilo concepta exoriretur, attamen, minimè à
 labore destiterant, quin Analysim Algebristarum
 promouerent, id quam maximè authores Brittan-
 nicæ in opere tam vasto præstitisse licet inspicere, at
 numquam pronunciauerat quispiam effectiois im-

L possi.

possibilitatem , vt etiam ex eadem insula author , (vt alios missos faciamus) in opusculo , cui Arithmetices clauis indiderat per sequentia verba testatus fuit.

- „ 20 de angulorum , siue peripheriarum bisectione , trisectione , quintusectione pauca etiam ad analytices praestantiam , vsusq; admirandum ostendendum apponam .
 „ Geometricam quidem praxim adhuc inuentam non habent : sicut nec mesolabium inuentum est , &c.

Alacres quippe Analystarum studiosi hactenus incedebant , quasi sibi primas deberentur , quia ex earum laboriosa artis cultura plurimi fructus excerpere viderentur , & geometria quodam exposita apparebat ludibrio , at ipsa tandem excitata accuratè , & facillimè suas adimplet lacunas. Pugnavit acerrimè aduersus eam magni sanè ingenij vir Kepplerus , qui pluries sectionem anguli trifariam negauerat , at quia cum eo paulo infra erit noua occasio velitandi , nihil modò responsi damus .

PROBL. DECIMVM NONVM

Angulum , siue Arcum quemlibet planum in data ratione secare .

SIT angulus BAC secandus ea ratione , vt se habet BG ad BD , duarum scilicet partium inter se duorum rectorum : compleatur circulus circa diametrum iunctæ cordæ BC , sit $BHCF$, & in eo quadrans sumatur BF ,

BF , deinde per datum G punctum ex C agatur linea CGH , & habebitur in secundo circulo punctum H , ex quo si ducatur linea

FH in priore cir-

signabitur punctum

I , quo aio effici im-

peratum; nimirum

ita se habebit pars

BI resecta ad reli-

quam IC , veluti BG

ad GD : ducantur

per F punctum duæ

lineæ BL , CN , quæ

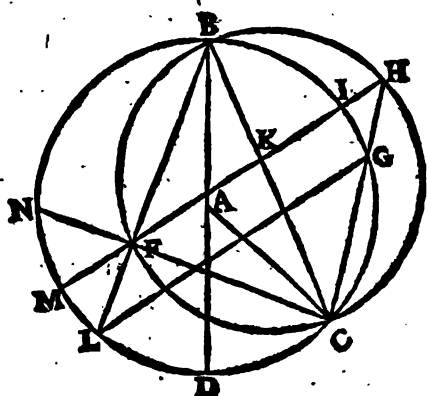
æquales erunt, ex

paritate arcus, quibus sunt subtense, etenim BF , CF

quadrantes sunt ex ipso opere, ideò anguli ad B , & C

uterque semirecti, & quadrantes sunt etiam BN , CL ,

opposite scilicet peripheriæ ad angulos semirectos, & communis addita LN , æquales erunt BNL , CLN , ergo & subtense LB , CN æquantur, quæ extra centrum se-



cant sese ad rectos angulos, quare ex præostensis simi-

les sunt portiones BGC , LMN in eodem circulo sum-

ptæ, & in diversis, ducta scilicet HFM , ergo ea erit ratio

BG ad GD , quæ BH ad HC , & eadem BH ad HC , quæ

BI ad IC , ideò ex æquali, ut BG ad GD , ita BI ad IC : se-

cta igitur erit portio arcus BC in I puncto in ratione da-

ta BG ad GD , & relatæ ad angulos in centro, quæ ratio

erat anguli dati BAG ad GAD , eadem facta erit anguli

BAI portiois datæ, ad reliquum angulum IAC eiusdè

portionis, quod erat imperatum, & sequitur ita se habere IG ad DC ut supra ostendimus.

ADNOTATIO.

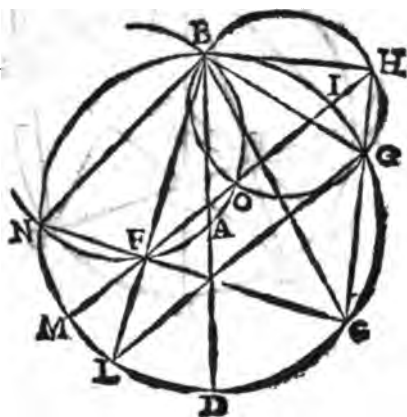
Manifestum igitur relinquetur Pappi rescriptum, quod sectionem anguli plani ultra trisectionem, quam ad solidi genus pertinere voluerat, verum non esse, spectare scilicet ad lineare genus si proponeretur secari in ratione analogica; omnes omnino ex vno loco suam originem trahunt, nempe à genere primario planorum, & si me non lateat illud Poeta.

*„Nec veniam antiquis, sed honorem, ac premia posci-
veritati nihilominus tenemur magis, quam auctorita-
ri deferre, & quidem quos in facultatem defectus re-
itcerant, in cultores potius fuerant referendi, qui suas
minimè curarunt experiri vires, & ne alicui scrupulum
surrepit, quæ hucusque sunt demonstrata ad angulos duo-
bus rectis minores fuisse coarctata, generaliaq; non esse
præcepta, scrupulus statim evanescet, si cuiusvis angu-
li dati plani per bisectionem quantitas reducatur ad mino-
rem duobus rectis, & operatione peracta, per quorū
duplicationem accurata pars resultabit, hæc ideo addi-
dimus ne in scirpum nodo locus fieret.*

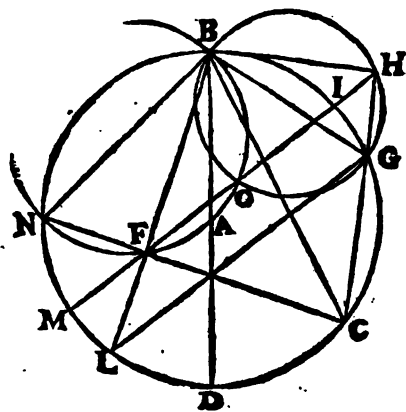
PROBLEMA VICESIMVM.

Tribus datis angulis, seu arcibus, quantum in analogia reperire.

Sint angulis datis, arcus respondentes BG , GD , BH & oporteat quantum assignare in proportionē. Compleatur circulus $BGCM$, in eoque sit N punctum quadrantis, & ductis BN , BG diametri sint secantium circulorum in O , ex quo, & puncto I dato transeat $HIOM$ linea, secabitur hoc casu rursus peripheria circa BN in F ; deinde ex H per G etiam datum punctum agatur HC . Dico hoc C puncto effici quæsitum. Agantur BC , BH , & quia recti sunt ad F & H anguli, si circa diametrum BC scriberetur circulus, utique transiret per quatuor $BHCF$ puncta, iunctaque BFL , duæ CN , BL nec non CF , BF erunt æquales, & ideo CN per F transit, ducatur LG , & quia angu-



angulus LBC , tam LGC , quàm FBC æquatur, utpotè super eandem peripheriam insistentes, erunt FHF , LGC internus externo æquales, ergo & HM , GL æquidistates, & LM , GI arcus æquales; & quia extra centrum se committunt in F ad æquales angulos CN , BL , erit partium inæqualium similitudo, nimirum LM ad LN , ita BI ad BC , & supra ostensum fuit LN , & DC fieri æquales ex cõmuni LD subductione ab æqualibus DN , CL quadratibus; ideò erunt æquales BN , CL , quocirca HM transiens per F secat in O peripheri, quod esse qua-



drantis punctum ostendetur; itaq; proportio erit LM ad LN , hoc est IG , ad DC , ob terminorum æqualitatem: ergo ut IG ad DC ita BI ad BC similis simili in eodem circulo, & permutando, componendo, & per conuersionem rationis erit BG ad BI , ut BD ad BC , & iterum per-

mutando, ac diuidendo fiet BG ad GD , ita BI ad IC . Quare trium datorum arcuum BG , GD , BI quantum

repe-

reperimus in analogia, ipsum scilicet BC , quod erat faciendum.

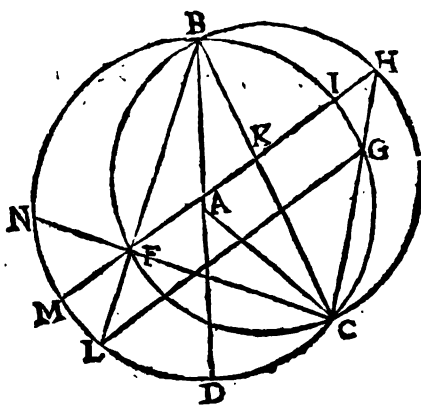
A D N O T A T I O.

ET cum in quadrilatero $BFCH$ ad F , & H recti erant, ductaque sit HF secatur angulus BHG bifariam ob quadrantes BF , CF quibus semisses insunt, quare in circulo $BOGH$ duo arcus quadrantes fiunt BO , & OG , quod diximus in propositione ostensuri.

PROBL. VICESIMVM PRIMVM

Data ratione duorum arcuum, in eadem opus sit secare semicirculi peripheriam, hoc est summa duorum rectorum, in data ratione anguli ad angulum dispecere.

Conuersum erit præcedentis: sit igitur ratio arcus BI ad IC , & secunda sit in hac ratione semicirculi peripheria BGD : ducatur corda BC , circa quâ scribatur circulus $BFCH$, cuius quadrans BF , & agatur FI producta ex utraque parte secabitur secundus circulus in H puncto, ad quod ex alio puncto C iuncta CG , rursus prior circulus secabitur in G ,



& erit

& ultra datum G signata erunt, & dico BI ad IC eandem esse rationem veluti BG ad GD . Agantur per F lineę BFL , CFN se secabunt ad angulos rectos in F ex vi semicirculi, quare BF , FC , nec non NF , FL erunt inter se æquales, & arcus BN , CL æquales scilicet quadrantes, quibus addita communis portio LN æquales pariter BNL , CLN , quod etiam ex æqualitate cordarum constat, at DN , CL æquales sunt, quia quadrantes eiusdem circuli, à quibus si auferri intelligatur communis peripheria DL erunt relictę portiones CD , LN æquales, & si agatur LG uti est in 16 problemate ostensum, fiet ut BI ad IC , ita in simili LM ad LN siue IG ad DC (nam IG æqualis fit LM , & LN ipsi DC) quare permutando, componendo, & per conuersionem fiet ratio BG ad BI ut BCD ad BC , & iterum permutando BG ad BD , sic BI ad BC , ac diuidendo ut BG ad GD , ita BI ad IC , duo ergo puncta inuenta sunt I , & C efficientia quæsitū, &c.

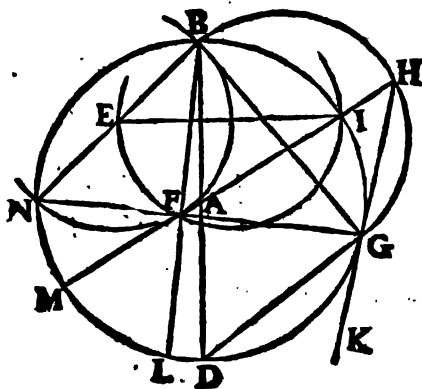
ADNOTATIO PRIMA.

Diximus F punctum inter N , & O consisti oportere, nam si in N fuisset per O , pertingeret ad punctum G præcisè, si verò in O producta tangeret peripheriam $BHGO$, & alibi inutiliter ad quæsitum, adeò ut oportune debeat in latitudine arcus NO suscipi F punctum.

PROBL. VICESIMVM TERT.

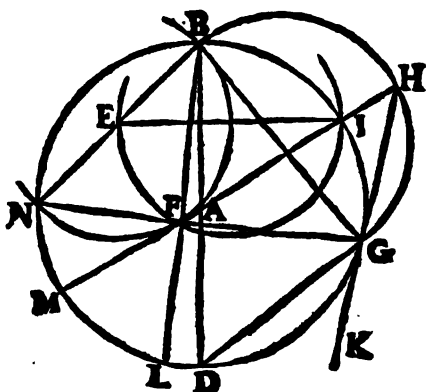
Dato arcu, siue angulo inter eum, & semicirculi peripheriam medium in analogia reperire.

SIT semicirculi peripheria BID , & in ea data portio arcus (siue angulus) BI , & oporteat arcum reperire, qui medio loco stet in analogia inter semicirculum, & parrem BI , quod erit inter duos rectos, & acutum angulum determinare mediū. Perficiatur circulus $BIDN$ eiusq; quadrans sit BN , ac corda in E secta bifariam, iungatur EI , & scribatur circuli duo circa diametros BG , & EI secantes in F , aganturq; BFL , GFN . Dico punctum G esse quæsitum, scilicet eam esse rationem BI ad BG , ut BG ad BD semicirculi peripheriam. Circa ductā BG cordam circulus fiat $BHGF$, ducaturque FI , hæc porrecta ex utraque parte erunt ad peripherias puncta M , H data; deinde iungantur lineæ BH , DG , HG , duo fient triangula BDG , BGH æquiangula, quum enim in circulo duæ lineæ BL , GN æquales sint se non in centro ad rectos angulos secantes in F ,



M 2 (iam

(iam quadrantes sunt $BN, ND, \& GL$) similes euadunt portiones reliscit $BG, LN, \&$ ducta IM , portiones ex aduerso similes fiunt, hoc est eadem ratio fiet LM ad LN , vt BI ad BG , & quia \propto uales ostendimus GL, DN , vt erant quadrantes sublata portione DL comuni, remanent GD, LN pares, ergo vt LM , ad LN , hoc est ad DG , siue IG ad GD (nam si iungeretur linea LG \propto quid distaret linea IM quod ostensum est supra) & \propto uales igitur fiunt IG, ML . Ideo vt BI ad BG , ita LM ad LN , id est IG ad GD , quare permutando vt BI ad IG , ita BG ad GD , & componendo, vt BI ad BG , ita BG ad BD . Igitur inter BI portionem, & BD semicirculū media constituta est in analogia portio BG quod erat faciendum.



stituta est in analogia portio BG quod erat faciendum.

A D N O T A T I O.

EX eo quod in \propto ualium circulorum similes sint portiones BH, BG sequitur anguli eisdem insistentes fieri \propto uales BGH, BDG , & quia in semicirculis ad $G, \& H$ (ducta non est BH) sunt recti, etiam reliqui GBH, GBD \propto quantur; quare similia sunt triangula DBG, BGH , id circò expeditior effectio erit si
NL po-

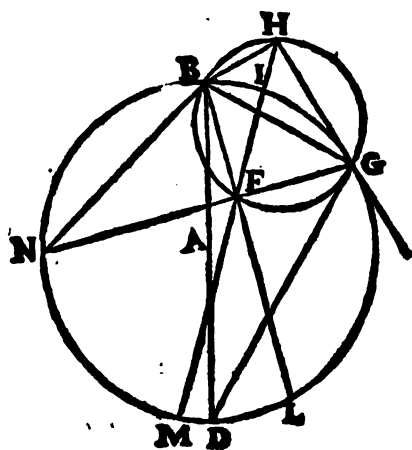
NL ponatur in *DG*, & quum in alterno segmento anguli *BGH*, *BDG* sunt æquales, erit *HG* circulum tangens, & erit *G* quæsitum punctum.

PROBL. VICESIMVMQVART.

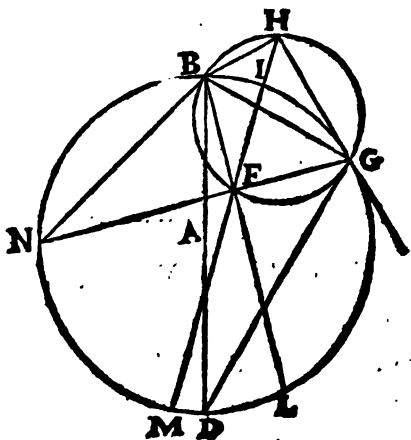
Enneagonum regulare Geometricè describere.

IN sequenti proximè, & si allaturi erimus generalem pro omnibus imparium laterum polygonis methodum, tamen lubet singularem hîc proponere, & propter illius elegantiam, & quia hanc praxim quibusdam concesseramus amicis, puram, & hûc remisimus suam operis expectare firmitudinem.

Sit igitur circulus circa *A* centrum, & in eo sextans *BG* expansione scilicet semidiametri, & circa cordam illius alius sit circulus *BHGF*, in quo rursus sextans aptetur *BH*, deinde accipiarur quadrans *BF* agatur linea *HF*, quæ protendatur in *M*, secta erit data peripheria in *I* puncto. Dico arcus *IG* fieri nona pars, & *BI* octodecupla totius circuli, hoc est ducta corda *IG* fieri



fieri latus enneagoni quaesiti. Agatur HG contingens in G circulum, & per punctum F binæ educantur lineæ BL, GN erunt abscissi quadrantes BN, GL ex simi-



litudine duorum GF, BF , iungantur deinde aliæ BH, DG , fient anguli BGH, BDG in portione coalterna à tangente æquales, & æquales sunt recti BHG, BGD , ergo & reliqui pares, ideò similia fiunt triangu-
la, & arcus similes æqualibus, quæ subfunt angulis, quare ut DG ad BG , ita HG

ad HB , & in vno eodemque circulo, ut LN ad BG , ita GI ad IB , nam æquales sunt GD , & NL , quia quadrantibus GL, ND communis apposta est portio DL , & in circulo æquales NG, BL , fecerant ad angulos rectos extra centrum in F , quare NL, BG portiones euadunt similes, ut aliæ etiam interceptæ, ideò erit NL ad MN , ita BG ad GI , hoc est per inuersam rationem LN ad LM , ut BG ad BI , ergo erit ut LN , siue DG ad BG , ita LN ad ML , hoc est BG ad BI , quare componendo fiet ut BGD ad BG , ita BG ad BI , media igitur erit BG inter semicirculi peripheriam, & portionem BI , ergo BI erit tertia pars BG , sicut BG triens est BD semicirculi peripheriæ, & diuidendo GI fit dupla ipsius BI , ut DG dupla erat BG , etenim sestans assumpta fuit totius circuli

circuli, igitur BI nona pars cum sit semiperipheriæ, eius dupla nempe GI nona fiet pars totius circuli, cuius postea BI decima, ac octaua pars fieri consequenter patet, & habetur propositum.

A D N O T A T I O.

NON igitur sua legitima constructione caruerat enneagonus, quod non à multo tempore doctissimus Petrus Herigonius ad notas in tertium tommum constanter negat in ipso tractatu, scilicet de muniendis arcibus, mihi fol. 340, 341, & quidem licebat asserere pro tunc ignotam fuisse effectiorem, aut non exhibitam, verum quæcumque ignoramus valde sumus proliues in ipsam reiicere disciplinam, ut ut minime ignoremus perfectionem sensum, & longo post tempore soleant vniuersa recipere suam. Igitur non modo enneagoni, & omnium imparium polygonorum laterum Geometria habet, & faciliter exhibet, quod verò nos frustra sepe conemur in assequutione quesiti, est quia à vestigiis declinamus naturæ rerum, veluti author idem in Algebræ supplemento ad quæstionem quintam propositionis 34. mihi pagina 53, ubi ex artis analysicos hypotesi conatur septufariam secare circuli peripheriam, & in hanc incidens æquationem, scilicet.

$7BCC = ACC - 7BQ \text{ in } AQQ + 14BQQ \text{ in } AQ$
asserit (nec fallit) latus huius compositi Algebrici esse heptagoni in circulo inscriptibilis, cuius verba ibidem sunt.

In hac

„ In hac æquatione linea radicis *A* est latus heptagoni in
 „ circulo inscripti, unde liquet problema hoc non esse planū,
 „ neque hanc æquationem reduci posse ad quadraticam,

Sed hoc artificiosè compositum geometriæ nihil officit plura ope intellectus comminisci nouimus, quæ natura nō profert, quis etenim ultra cubum dixerit concipi, & à parte rei haberi ex illis potestatibus, quæ Analystæ induxerant? si igitur a binomia radice ars confinnerat solidū illud, quod ipsa postea nequit resolvere, cur petere à genere planorum, quod non composuit? latus deinde, & heptagoni, & in qualibet alia multitudine figura laterum imparium per sua propriè construit, & ostendit, quod in sequenti erit.

PROBL. VICESIMVM QVINT.

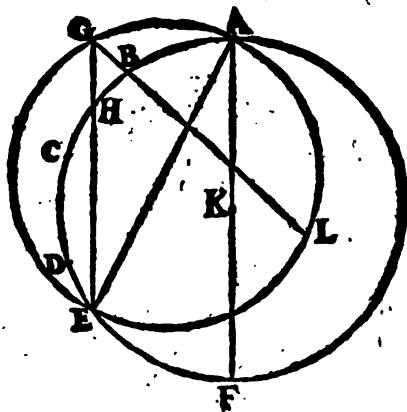
Polygonum regularem quocumque laterum imparium Geometricè describere.

TAM generalis est detecta à nobis methodus, ut omnibus parium, siue imparium polygonis cōperat, & ab vna eademq; scaturigine pendeant vniuersi, ponamus in exemplum heptagoni, ac vndecagoni descriptionem.

Primū imperetur describi heptagonum, exponatur circulus quicumque, cuius sit *K* centrum, & acta diameter *AF*, ad amplitudinem circini arbitrariam (dummodo circumductus non superent designandæ partes

partes semicirculū Ape heptagono accipiantur partes tres, & semissis unius, ut AB , BC , CD æquales, & DE unius semissis, deinde connexa AE , quæ neque debet æquare diametrum, aut illud superare, ut diximus, completoque circulo circa eandem AE ,

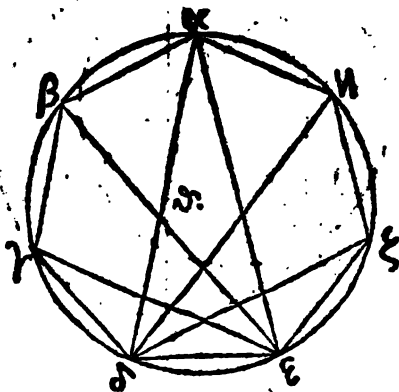
ut diameter, notetur signū quadrantis puncto L , ex quo per primæ partis punctum agatur linea LBG , habebitur G punctum in secundo circulo: Iddē conductā alia EG , primus circulus secabitur nōuo puncto H .



Dico Arcum AH esse septimam partem suæ integræ peripheriæ, & ducta corda AH latus præcisè heptagoni inscripti. Etenim ex demonstratis factæ sunt similes tres peripheriæ in duobus circulis se secantibus AH , AG , & AG , AB , & in vno eodemque circulo similes habentur, AH relata ad AF , ut AB relata ad AE , at AB sit ut 2 ad AE 7, ergo & AH relata ad AF erit ut 2 ad 7, & duplato consequente erit AH 2 ad totam circuli peripheriam comparata, ut 2 ad 14, hoc est diuidendo AH septima fiet circuli totius pars, quæ circumlata, accuratè præstabit regularem heptagonum. Ideò factum quod oportuit.

INCLINATIONVM ADNOTATIO PRIMA.

SI circumferentia exposita, in qua formula constructionis est designata, sit propositi circuli ad inscribendum heptagonum, iam res confecta relinquitur, at si diuersus sit circulus, tum analoga erit susci-



pienda portio, quod per æquales in centro angulos nullo absoluetur negotio, sit illa pars $a\beta$, & heptagonus totus $a\beta\gamma\delta\epsilon\zeta\eta$, ductisque lineis, ut in schemate, factum erit $a\delta$ isoscele triangulū cuius ad basim angulorum vterque $a\delta, a:\delta$ erit triplus, ad angu-

lam verticis, quare vna est pars materialis constitutiva heptagonum, ab opposita sua peripheria limitata, vnde ante expletionem figure inquisita obrineri non poterat anguli determinatio, & quidem vel saltem hisce initiatus doctrinis negare audebit nemo diuersi ordinis esse figura, & angulus; figura sanè altioris est cum spatium claudat, & mensuret, quod angulus non facit, & quia in serie figurarum rectilinearum prima est triangulum, ideo propinquiorem alijs, ipsi angulo, quare cum dixerint authores inquirendum fore triangulum, optimè censuerant, at illud assequi non poterant,

rant absque eo , quod integra figura , cuius ipse fuisset pars , non reperiretur , Clavius scriptor admodum accuratus ad calcem libri quarti elementorum hæc habuit,

„ Si igitur inuenta fuerit ars , qua isoscelia triangu-
 „ lantur habentia angulos ad basim multiplices eorum ,
 „ qui ad vertices sunt angulorum , quemadmodum Eucli-
 „ des Isosceles fabricauit , habens vtrumque angulorum ad
 „ basim duplum anguli ad verticem , facile in circulo de-
 „ scriberentur figura omnes laterum imparium: & si arcus
 „ earum diuidantur bisariam , inscriberentur quoque
 „ omnes figura parium laterum post quadratum , atque
 „ adeò circumferentia cuiuslibet circuli in quotlibet aqua-
 „ les partes Geometricè diuidetur , qua res summam astro-
 „ nomis afferret vtilitatem ; verum hæc ars adhuc ignota
 „ extitit , &c.

Huc vsque Clavius cum pluribus, et ignoscat ques-
 so venerabilis antiquitas , Euclides post inuentionem
 trianguli isoscelis , qui angulos super basim in dupla
 ratione ad verticalem haberet , ad effingendum pen-
 tagonum , non dixerat necessitatem pro alijs figuris
 imparium laterum , vt haberentur eiusmodi triangu-
 la (at secundum quandam analogiam authores deinceps vnus post alium asseruere) etenim homogeneo-
 rum refragante lege , scilicet oportere congenca com-
 parari , quod in qualibet re ipsa docet natura , at phi-
 losophi symbola , & asymbola communicare neque-
 unt , hæc sapè contemplatio nobis viam aperuit , vt ad
 diuisionem arcus haberemus recursum .

ADNOTATIO SECVNDA.

VNica, & Generalis naturæ methodus exposita est omnibus polygonis competens, & tam facilis, vt amplius optari nequeat; igitur canonem hic adnotare præstat, quò ad inquisitam figuram citò ducamur, cuius ordo sic se habet.

Prima omnium figura est Isopleurum pro quo erit in circumferentia expositi circuli sumenda pro amplitudine libera, dùmmodo semicirculū non attingat pars

1 $\frac{1}{2}$ pro quadrato; sumendæ erunt partes binæ;

2 $\frac{1}{2}$ pro pentagono

3 pro hexagono

3 $\frac{1}{2}$ pro heptagono

4 pro octagono

4 $\frac{1}{2}$ pro enneagono

5 pro decagono

5 $\frac{1}{2}$ pro vndecagono, & sic in infinitū erit in reli

quis progressus, vt pro numero águlorū inquisitæ figure
tot

tot semipartes in circuli peripheria sumantur, vt pro
polygono laterum 45, vt requirebat Adriani pro-
blema, partes suscipiantur (in tam ampla peripheria,
~~et non attingant diametrum~~) cum semisse vnus;

, quam hactenus
sequeatur, & sic
la isoscelia exur-
ingulos ad basim
ritur ad angulum
mdecagonum de-

centrum K dia-
rio sumptam (dū-
attingat) accipi-

hero angulorum.



suprę partis B ducatur
linea LB, quę porre-

cta

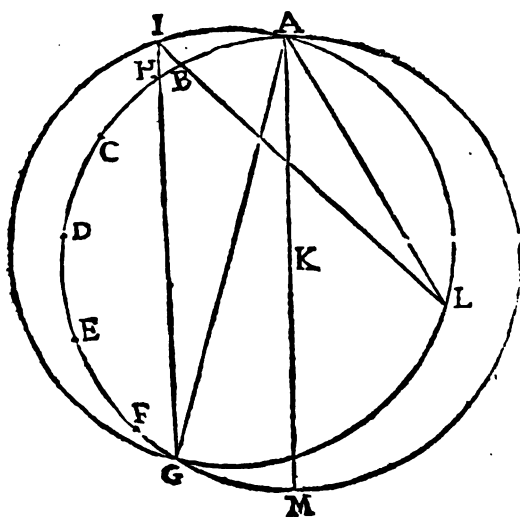
ADNOTATIO SECVNDA.

V Nica, & Generalis naturæ methodus exposita
est omnibus polygonis competens, & tam

facilis, vt ampli
adnotare præsti
ducamur, cuius

Prima omi
erit in circumfer
plitudine libera,

Ad 2. Adnot. Probl. 25. fol. 101.



1 $\frac{1}{2}$ pro q

2 $\frac{1}{2}$ pro p

3 pro l

3 $\frac{1}{2}$ pro h

4 pro o

4 $\frac{1}{2}$ pro e

5 pro i

5 $\frac{1}{2}$

quis prog

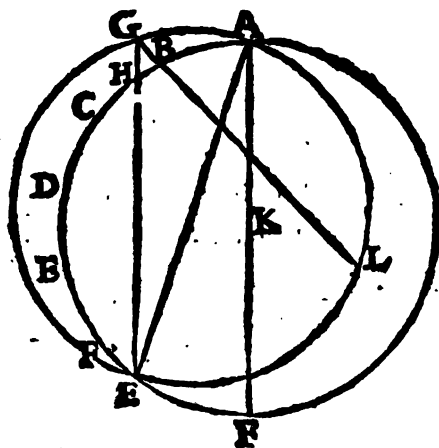
numero ángulorú inquisite figure
tot

tot semipartes in circuli peripheria sumantur, vt pro polygono laterum 45, vt requirebat Adriani problema, partes suscipiantur (in tam ampla peripheria, vt non attingant diametrum) 22 cum semisse vnus; quare in Geometricis præcisionem, quam hætenus non recepit, hac arte modo faciliè assequetur, & sic ex ipsa rei natura desumpta, triangula isoscelia exurgunt cum ipsis polygonis, habentia angulos ad basim in illa ratione multipla, quæ requiritur ad angulum verticis, & hîc coronidis loco lubet vndecagonum describere.

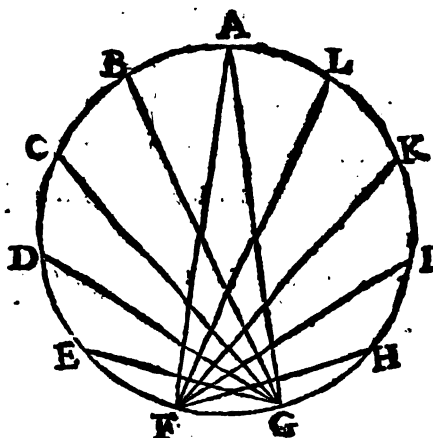
In aliquo exposito circulo, cuius centrum K diameter AF ad circini aperturam arbitrio sumptam (dummodo circumducto diametrum non attingat) accipi-

antur æquales partes 5 — pro numero angulorum.

scilicet siuè laterum in quirendi polygones, & sint AB, BC, CD, DE, EF, & semissis vnus FG, arcus totius AG; sit eius nominis corda; circa quam eat circulus, in quo quadras AL, deinde ex puncto L in signum primæ asumptæ partis B ducatur linea LB, quæ porre-



cta arcum secabit secundi circuli in puncto *I*, ad quod ex *G* termino ducatur linea *GI*, & secabitur prior circulus in *H*, nouo puncto. Dico portionem resectam in dato circulo *AH* esse partem vndecuplam totius, & si in coequali referatur, & lineæ agantur, erit expleta figura *ABCDEFGHKL* vndecagona, & triangulum *AFG* ad basim angulos habere in ratione multi-

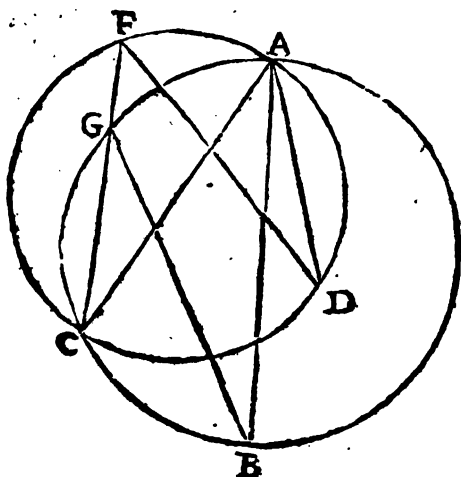


pla ad angulum verticis, vt *S* ad *I*, & quia constructio est generalis, diuersa nõ erit effectio in omnibus alijs, demonstratioque iam ex alijs supra habetur eadem, nam similes sũt portiones i circulis diuersis *AH*, *AI*, & pariter *AI*, *AB*, & in vno, eodẽque circulo similes frunt

AH respectu semicirculi, vt *AB* respectu portionis *AG*, & idẽ vt *AB* ad *AG* est 2. ad 1.1, sic *AH* ad *AF*, vt 2. ad 1.1; quare duplato consequente erit vt 2. ad 2.2, ita *AH* ad circulum integrum, scilicet in ratione sub vndecupla, quod erat faciendum.

ADNOTATIO TERTIA.

NON tantum hac methodo regularium polygonorum inveniuntur latera, verum etiam portiones similes inæqualium circularum habentur, quia in circulo ABC , si ducta fuerit corda quæcumque AC , quæ alterius circuli diameter euadat, & assumpto D quadrantis puncto in semicirculo, qui intra datum colligitur, ducta quælibet linea DF , & iungendo puncta FC secabitur datus



circulus prior in G . Dico quod similes sunt portiones AF , AG inæqualium circularum, & facile patet, nam iunctis BG , DA , erunt anguli ABG , ACG , æquales, quia eidem insunt peripheriæ, pariter, & anguli ADF , ACF æquantur; eadem ratione ergo æquales euadunt diuersorum circularum anguli ABG , ACF ; Ideòque similes portiones sunt AG , AF , & aliquota, vel aliquanta sit AG , eadem in suo circulo fiet AF , quod fuit intentum.

ADNOTATIO QVARTA.

NObilitas amplitudinis eiusmodi effectiois postulare videtur, vt in silentium non relinquamus quicquid de polygonis locorum imparium senserint authores, & ne catalogus texatur, vnum pro omnibus selegimus celeberrimum nempe Kepplerum, qui præ ceteris mordicus defenderat heptagoni descriptionem ex numero fuisse impossibilium, & adeò constanter opinionem hanc tenuerat, vt prorsus è genere scibilium auulserat, nempe consequenter suis confictis definitionibus, ac conceptionibus, ea protulisse ex proprij ingenij feracitate potius, quam rei naturam indagasset, & si alibi præcipuè, & ex proposito in volumine harmonices libro primo capitulis 45, & 46 patet studuerit, aptari magis suis Idæis, quam realitati naturæ, quare ad hanc deuenerat sententiam, quod heptagoni descriptio fuisset ex inscibilibus, quia non præcesserat effingendi possibilitas, ideò pro dignitate quæstionis requiritur hic non nulla eius verba excribi, quæ locis citatis habentur mihi pag. 38.

„ Concludimus igitur analyses istas cofficas alienas esse à
 „ præsentì contemplatione, nec vllum constituere gradum
 „ scientiæ, cum ijs comparabilem, quos explicauimus in
 „ superioribus.

„ Illud autem sunt obiter monendi metaphysici, occa-
 „ sione huius coffæ, considerent, si quid hinc transumere
 „ possint ad illius axiomatis explicationem, cum non en-
 „ tis, nulla dicuntur esse conditiones, nulla proprietates,

nam

„ nam hic quidem versamur nos in entibus scientialibus ,
 „ & rectè pronunciamus , quod latus septanguli sit ex non
 „ entibus , puta scientialibus , quum enim sit impossibilis
 „ eius formalis descriptio , neque igitur sciri potest à mente
 „ humana , cum scientia impossibilitatem præcedat ipsa de-
 „ scriptionis possibilitas , neque à mente omniscia actu sim-
 „ plici aeterno , quia sua natura ex inscibilibus est , & ta-
 „ men huius non entis scientialis sunt aliquæ proprietates
 „ scientiales , tanquam entia conditionalia , si enim esset
 „ septangulum descriptum circulo , laterum eius proportio
 „ tales haberet adfectiones .

Sic ibidem author , qui insuper paulo antea fol.
 nimirum 34. L. C sequentia dictauerat .

„ Itaque nullum unquam regulare septangulum à quoquam
 „ constructum est sciente , & volente , & ex proposito
 „ agente , sed bene fortuito construi posset , & tamen igno-
 „ rari necesse est , sit nè constructum an non ?

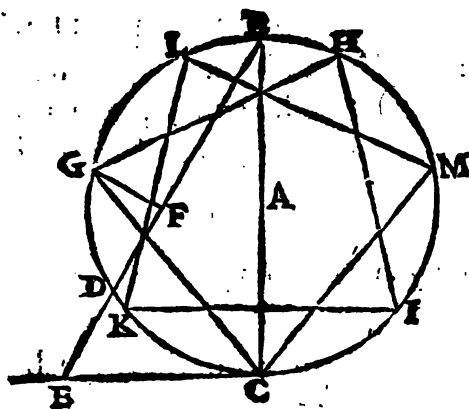
Non nulla sanè iste author obiecerat Analytici
 vera , ut pote ad latera figurarum explicandum nihil
 conferre per gradus scalares æqualitatem indicari ,
 quum actu præcisè neque geometricè , neque per ap-
 proximationem arithmeticè exhiberi nequeant , at
 deinceps in sequelam principiorum à se fabricatis , ne-
 que latus heptagoni describi , & consimilium figura-
 rum , non iuxta naturæ thesim susceperat ; nam ex
 ideis sibi conceptis ad possibilitatem , vel impossibi-
 litatem rei naturaliter , fallaciter est argumentatus ;
 idcirco delusus deuenit in minimè tolleranda ab-
 surda , ut eiusmodi descriptiones etiam fuerint im-

possibiles menti omniscia actu, nedum humanæ, & tamen fortasse vno potuerant fuisse contextu dictata (quod ex propinquitate loci argui licet) concesserat quidem casui, aut sorti, quod omniscie subduxerat menti, at viri alioquin doctissimi, ac præclarissimi patiantur manes in rectam à diuerticulo semitam reduci, nos ordine scientiæ à rebus quidem recipimus scientias, & tunc ad veram rerum pertingimus naturam, cum earum causas agnoscimus, effectus vnde incepimus producere, non quando nostras confictas idæas assequimur non abludere ab hypothésibus. Descriptio heptagoni geometricum est opus, vt imparium omnium aliorum polygonorum, & tanquam à subalternante si ab ea accipiat aliquid musica subalternata arithmetica, potius quam Geometriæ nihil in reliquis turbari potest, quare inquisita à Kepplero in magnitudinibus, vt musicæ cum suis idæis inseruiret inter arcana geometriæ non penetravit, descriptio heptagoni possibilis adest, & tam parabilis, vt mirum sit à nemine fuisse detecta, cæterum ingenium feracissimum Keppleri plurimi semper faciendum censuimus, & quippè ad mixtionem rerum naturalium cum mathesi valdè fuerat propensum, & amplius quam ad rigorem mathematicum tolerandum, ideo aliquando meretur, vt cum censura admittantur quædam eius asserta.

PROBL. VICESIMVMSEXT.

Heptagoni altera delineatio Analystis fortasse oportuna.

Sit circulus, cuius A centrum, BC diameter, & in C erigatur CE perpendicularis, eritque contingens circulum; ex altero verò extremo B diametri sit inscripta BD latus vnum trianguli æquilateri, quod productum occurreret ipsi CE , sit in puncto E (necessitas concursus euidentior sit, quàm vt probari sit opus) deinde BE secetur æqualiter in F , ex quo puncto erigatur



eidem normalis $F-G$, secabitur circuli peripheria in G puncto, quo aio fieri quesitum, scilicet iuncta CG , fieri corda dupli arcus heptagoni, adeò vt diuisa peripheria CG bifariam in K , erit CK arcus subseptuplus totius circuli, seu ducta corda CK latus vnum quesiti heptagoni: si igitur initio facto à puncto C septies circumducatur amplitudo ipsius CG , vt GH, HI, IK, KL, LM, MC , in secunda circulatione regredietur ad idem C punctum, & quia ex æqualibus subtensis, etiam anguli

O 2

guli, quos sustinent esse æquales manifestum est, quare peripheria, quæ debetur angulo GCM , hoc est angulo ad C , comprehensa est

	duabus rectis GH, LM dempto arcu HL		
ad I ,	duabus	HG, KL	arcu LG
ad M ,	duabus	LK, CG	arcu GK
ad H ,	duabus	GC, IK	arcu KC
ad L ,	duabus	KI, MC	arcu CI
ad G ,	duabus	CM, HI	arcu IM
ad K ,	duabus	IH, LM	arcu MK ,

& quia omnes arcus sublati per suas portiones $HL, LG, GK, KC, CI, IM, MH$ vnā restituunt præcise circulationem, ergo & reliqui simul $LG, HM, LH, GK, GL, KC, GK, CI, KC, IM, CI, MH, IM, HL$ alteram faciunt circulationem accuratè, quod fieri non posset nisi ad idem punctum, à quo sumpsissent circulandi initium, perfectè regrederetur, quare Polygonus erit ordinatus heptagonus, quod inquisitum fuerat.

ADNOTATIO PRIMA.

Apparet igitur Geometras pro constructione heptagoni latus habuisse paratum, quod oppositum Analystis contigit, qui sanè quæsitum tanquam concessum supponunt, sub ignota magnitudine IN , deinde ex nota circuli semidiametro, vt prima, & IN , vt secunda seriem instituunt octo proportionalium sub gradibus parodicis ad potestatem, cuius exempla

empla adduximus supra ad 18 Problema, in adnotatione 3, & facta operatione nobis exhibent hanc adfectam magnitudinem solidam

$$7 N - 14 C + 7 Q C - 1 Q Q C$$

ut ex æruatur latus, siue *IN* pro ipso heptagoni latere, & secundum analyticos præcepta optimè concludunt, sed rem ad suum non deducunt scopum, etenim geometricè ex illo artificio nondum constitit haberi, sed tantum latuisse quæsitum, nec suffragio arithmetico ad accuratum est deuenire, erat idè negotium geometris commendandum, & à suis fontibus præcisè deducendum; præterea Analystæ incidunt inter amphibola, cum pro multitudine adfectionis, etiam tot latera posse explicari, ut in superiori erunt quatuor, continuatio postea pro seriè linearum proportionalium, & si per signa parodica *N. Q. C.* &c. videatur ascensus, re vera est descensus indicatus iisdemmet signis, ut periti optimè norunt.

ADNOTATIO SECUNDA.

AT quotiescumque magnitudo secundo loco posita in serie proportionalium sub *IN* ignoto latere excedit primam, tunc sequentes augeri est ordinatum, verum casu utroque gradus parodici indicent suum cuiuscumque locum, at de his alias, quod sanè in præmissis problemate erit non iniucundum, illud nempe absolui liceat usque ad inuentionem lateris heptagoni, nulla circini facta variatione, ut quivis ex
saltem

saltem initiatis cōmodè aduertere, ac experiri poterit. Igitur inuento G puncto, & ducta GB per bisectionem, aut arcus CG , aut anguli CBG habetur per BD lineam ipsa CD septima circuli pars, quæ septies circumducta heptagonus explebitur accuratissimè: agantur lineæ CG , CH , CI , CK , CL , quæ cum tangente EF constituent numero angulos septem ECD , DCG , GCH , HCI , ICK , KCL , LCF , omnes quidem æquales, sunt namque ad contingentem EF cum secantibus anguli ECD , CBD , nec non FCL , LBC in coalternis portionibus æquales, & reliqui circumstantes similiter ob subsentas omnes pares fiunt, sed si libeat faciamus periculum in numeris, etiam si ad geometricam præcisionem attingere nequeant finuum tabulæ, ut constat ob numeros irracionales, sit itaque arcus septimæ partis

$$CD, 51. 25. 42 \frac{6}{7} \text{ eiusuè corda } 86776$$

$$CG, 102. 51. 25 \frac{5}{7} \text{ eiusuè corda } 156364$$

$$BD, 128. 34. 17 \frac{1}{7} \text{ eiusuè corda } 180194$$

omnia ad radium 100000, nec ampliore indigemus, & ponamus inquirendum arcum, cui subtendit corda BG , igitur in quadrilatero $CDGB$ duo diametri inter se ducti constituent (ex lemmate Ptolemaico, à pluribus

ribus euulgatum) rectangulum æquale ei , quod sub
lateribus BC , & DG fiet rectangulo , vna cum reli-
quo sub CD , & BG simul sumptis , at rectangulum
sub diametris DB , CG est

28175854616

& factum sub BC, DC notis est

17355200000

Igitur reliquū equatur ei sub CD , BG

10820654616

& adplicatum ipsi DC 86776 exiet in quoto

124696

pro corda BG , cuius iquirimus arcū, & reperitur 77.8.33
deberi partes , at ipsi CG congruē fuerant

partes

102.5 1.25 $\frac{5}{7}$

vt simul à duobus rectis deficient vno 179.59.59

tantum secundorum minutum , ob inuitabilem ta-
bularum defectum .

ADNOTATIO TERTIA.

HEpragoni indicati latus ab analysis sub suis gry-
phis, nos vero exhibuimus , & quia per dupli-
cem circulationem magnitudo CG redit ad idem pun-
ctum, à quo sumpsit exordium, vt autem afferatur cir-
culus, cuius fiat CG septima pars simplex , nullo ne-
gocio assequetur , si ad amplitudinem semidiametri
 BD scribatur , erit illud quæsitum efficiens , nam vt
 DC ad CG , sic se habet AB ad BD , & si intelligatur
acta

acta AD sūt duo triāgula CDG, BAD Isoſcelia, & ſimilia.

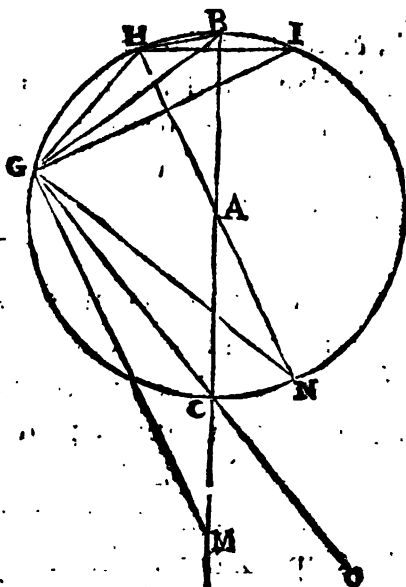
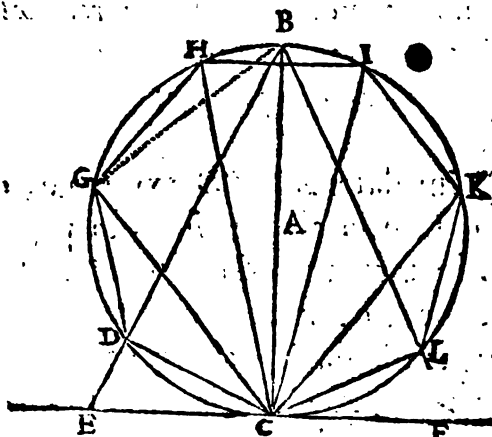
Porro vt duplici circumuolutione CG ſepties, ſic BG triplici, per quater, & decies complentur circuli,

etenim CG ; $102.51.25$ $\frac{5}{7}$ ſepti & ducta efficit

$720.$ partes, Ita BG $77.8.34$ $\frac{2}{7}$ quater decies du-

cta cumulat partes 1080 ; nempe tres circulos, oporteat exhibere circulum, in quo BG quater decies ſumpta illum expleat accuratè, replicetur: datus circulus (ad vitandam linearum confuſionem), & in eo ponantur, vt prius puncta G, H, I , & agantur GH, GB, GI , & ad angulos reotos ſuper HG ipſa GN , vt ſuper GI . ipſa GM , quę cum diametro educta, conueniant in puncto M . Dico ſi fiat circulus ex ſemidiametro BM , illum eſſe quęſitum, & in eo præciſè BG quater, & decies comprehendendi, quod ſic oſtendi poterit, cum enim anguli HGB, BGI ſint æquales, nec non HGB, HCB , quia ſuper æquales, aut eandem ſint peripheriam, anguli vero BGC, HGN in ſemicirculis recti, vt MGI , rectus ex fabrica, & præterea anguli GHC, GBC æquales, erunt triāgula HGC, BGM æquiāgula: recto enim HGN additus eſt HGC , angulus æqualis HGB , qui recto CGB appoſitus, erunt facti ex recto, & æquali HGC, BGM duo æquales anguli, & æquales oſtendimus GHC, GBC ,
quare

quare in dictis triangulis GHC , & GBM reliqui anguli ad complementum duorum rectorum GCH , GMB æquales sunt, & ideo similia sunt triangula, & erit GH ad HC , ita GB ad BM , sed GH pro duabus circulations diametrum vnus habuit GN , & GB pro tribus assumit BM , seu mauis GO coequalem in angulo recto OGB , vt erat NGH , & totum hoc opus breuiter excusabitur, si fiat, vt HG ad HC , ita GB ad GO , seu BM , circulos postea illos non describimus, quum à quolibet possint exhiberi, quare factum erit, quod volebamus.



PROBL. VICESIMVMSEPT.

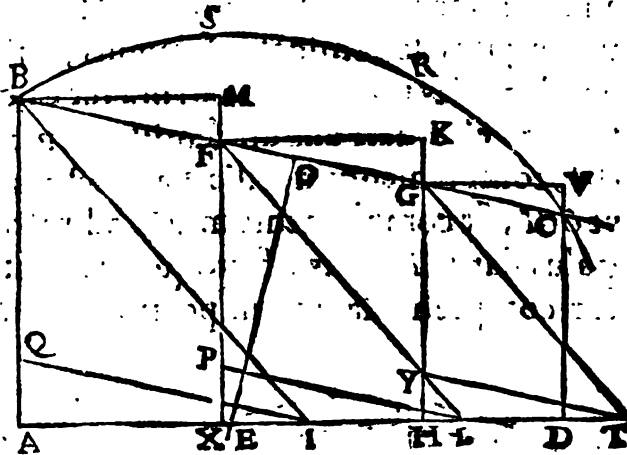
Medias quocumq; lineas inter extremas in vna ratione inferendas, seu rationem quamcumq; datam aequaliter in partes secare imperatas.

Sint datae AB, CD extremae, quae in eandem distantia alternè sumpta ponantur super iacentem AB lineam ad rectos angulos, & copulentur BC puncta, per lineam bisectam in O , ex quo puncto eleuetur perpendicularis occurrens AD in puncto E , quod erit punctum quadrantis circuli cunctis circa BC , ex quo portio peripheriae scripta super BC , erit arcus sectus à linea BC , & deinde diuiso arcu pro numero mediarum suprà pro duabus medijs trifariam, pro tribus quadrifariam, & ita pro subsequentijs eodem ordine, & à punctis diuisionum in casu duarum mediarum duobus, demittantur perpendiculares, quae secabunt cum BC , sit in FG . Aio quod portiones FX, GH sunt inquisitae mediae, & ratio continua quatuor AB, XF, HG, DC inuenta haberi, quod ita ostendetur. Ponatur AI aequalis XF , & XL aequalis HG , vt adhuc HT aequalis DC , & aliae quantum fuerit opus, postea iungantur BI, FL, GT , à punctis vetò I, L, T agantur IQ, LP, TY aequidistantes lineae BC , & erunt inter se: & similiter à punctis B, F, G ipsi AD aliae fiant aequidistantes BM, FK, GV , quae erunt & inter se, at quia in parallelas BM, AI incidens linea BI angulos efficit coalternos aequales

MBI

MBI, BIA, veluti eadem BI in parallelas BF, QI inci-
dens alios coalternos æquales FBI, QIB, & sunt isti il-
lorum portiones, quæ sublata relinquunt æquales
MBF, QIA
angulos; &

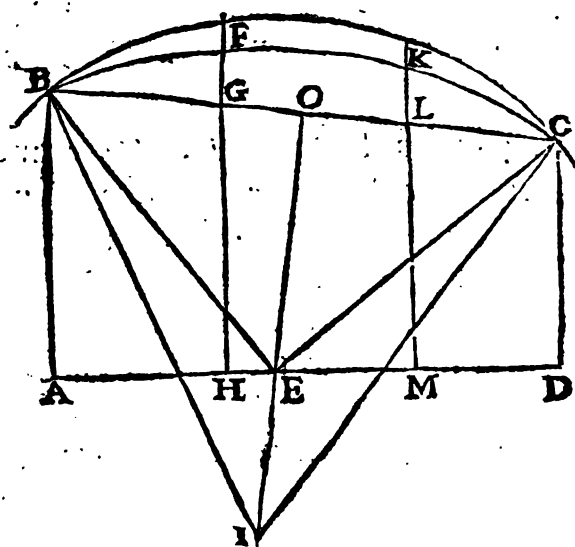
angulos; &
ita in cete-
ris confe-
quētes, pre-
terea in pa-
rallēlas AB ,
 XF , HG ,
 DC incidēs
 BC facit an-
gulos ABF ,
 XFG , $HG-$
 C equa-



les, à quibus sublati æquales *FBI*, *GFL*, *CGT* erunt residui *ABI*, *XFL*, *HGT* æquales in rectangulis triangulis, ergo & reliqui, quare equiangula sunt triangu-
gula *BAI*, *FXL*, *GHT*, &c. Ideo homologa in ratione erunt latera, hoc est *AB* ad *AI*, ut *XF* ad *XI*, sed *AI*, *XF* una, & eadem linea sunt, ergo tres *AB*, *XF*, *XI*, seu *GH* proportionales, & duabus postremis *XF*, *HG* relicta prima sunt in ratione, ut *XL* ad *HT*, quare & *HG*, *XL* sunt eadem linea, & erunt in analogia tres aliæ *XF*, *HG*, *CD*, in qua fuerat *AB* ad *XF*, ergo assumpta rursus *AB*, quatuor erunt in proportionem *AB*, *XF*, *HG*, *DC* continuæ, quod effici imperatum fuerat.

ADNOTATIO PRIMA.

Quod dicimus de duabus erit idem pro tribus, quatuor, & alijs, itaque negotium deuoluitur ad diuisionem anguli siue arcus, & siquidem proponatur angulus determinatus secandus, nulla habita ratione ad medias proportionales præter ea, quæ supra ostensa sunt, eius dati anguli semissis constituitur in linea OE , complementum scilicet ad rectum ponendo ad C , ut OIC , sit complementum OIC ad rectum, ut totus angulus fiat CIB datus, factoque in I centro, delineabitur comprehensa anguli portio inter BC : deinceps se-



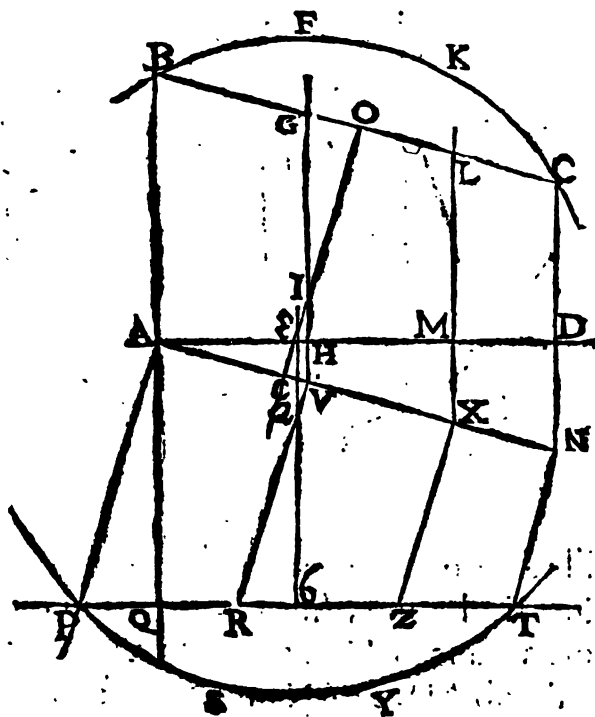
canda in partes imperatas, & apparet, quod cetera portionum arcuum, siue angulorum infra iacentem lineam, & supra, semper tamen in datam positionem rectam OE occurrere contingunt,

in AD tantum in angulo recto, quo casu obtinebimus inter extrema proportionales, & tunc non tantum pro-

proportio erit AB ad ED , ut AE ad CD , sed æqualitas
 permutata inter iacentem lineam, atque extremarum
 aggregarum, ut in constructione fuerat indicatum,
 quumque ex alio, & alio centro scriberentur portiones,
 semper noua trifectio succedet pro mutatione angulo-
 rum, centra denique infra aut supra AD indicant adgre-
 gatam extremarum maius, aut minus ipsa iacente li-
 nea, & in ipsa quadrantis punctum, ut constat, quare
 & proportionales, & anguli sectionum exhibentur ex
 prædictis.

ADNOTATIO SECUNDA.

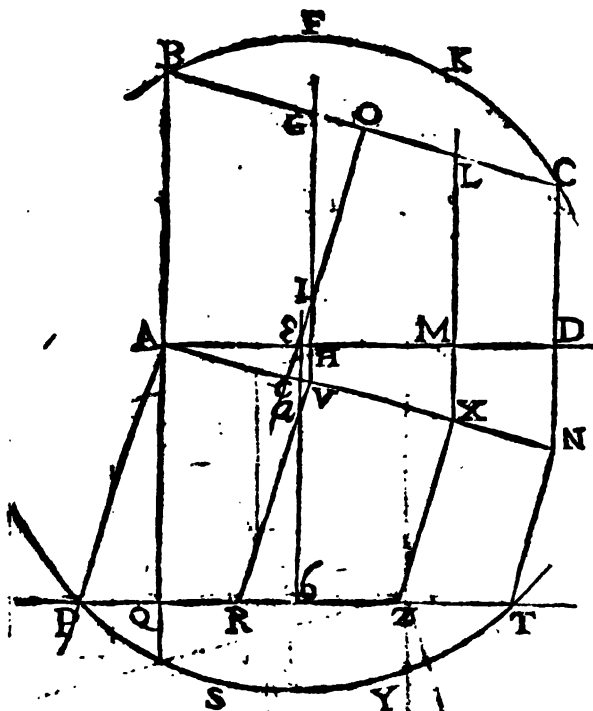
VT igitur in
 problemate
 assertum cui.
 dentius se o-
 stendat, ex A
 pũcto agatur
 AN æquidi-
 stans BC , &
 continuatæ
 GH, LM, CD
 super ipsã ca-
 dant in pun-
 ctis V, X, N ,
 constat quod
 omnes erunt
 ipsi AB æ-
 quales, & v-



na fa-

na ratio conuersa inter partes GH , LM , CD erit cum adiunctis DN , MX , HV , porro super eandem AN ex prædictis punctis eleuentur normales AP , VR , XZ , NT prioribus æquales, iunctaque PT indubium est per

extrema trā
sire media-
rum, utque
in BC erat
 OI ad an-
gulos re-
ctos, simili-
ter ex dimi-
dia PT in
puncto b al-
tera erecta,
in eaq; eli-
gatur pun-
ctum ana-
logicum a ,
ex quo de-
scribatur ar-
cus PST , qui
similis fiet
arctui BFC ,



illud verò punctum a assequetur si dicatur BC ad PT ,
ita OI ad aliud, siue OI ad aliud, & fiet a , c con-
grua punctis I & E , non enim æquales erunt corda BC ,
 PT ; ob AD , ac AN impares, sed nulla tributio occur-
ret in effectione, quia nititur similitudine; duo postea

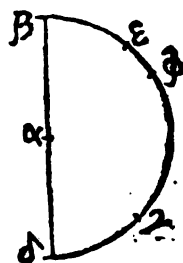
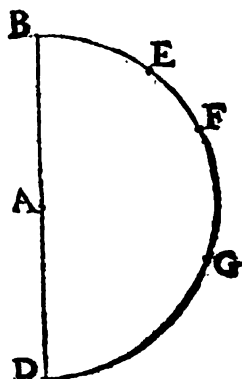
DAN

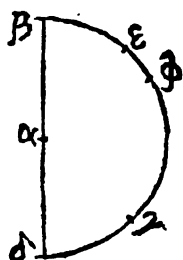
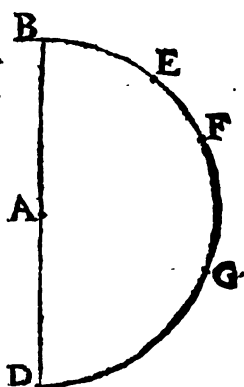
DAN , PAQ anguli æquales sunt, vt rectorum-residui, & sunt illimet adhibiti in ordinatione demōstrationis, qui ad reliquos terminos intelligi queunt extensi, quare tam F, K per HG, ML , quam per VR, XZ habebuntur S, Y puncta, & constat diuisio esse in partes vtrobique pares.

PROBL. VICESIMVM OCT.

Portiones inequalium circularum dissimiles in eadem secare analogia.

Fortasse videbitur effectio huius cum problemate 19 coincidere, at aliter proponi non inuicundum supponimus, neq; inutile, si enim propositus angulus, siue arcus secandus ponatur $\beta\gamma$, vt in aliqua fiat analogia, nempe vt se habet BE ad EG perficiam semicirculum BGD , hunc vero oportet secare, ex præmissis in F , adco vt fiat BF , ad FD , vt DE ad EG , deinde expleto semicirculo altero $\beta\gamma\delta$, eius peripheria iterum secanda erit, ea ratione in ϕ , vt semicirculus prior secuimus in F , quod facillimu erit per equa-





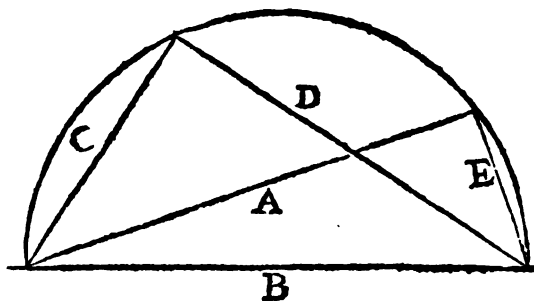
litate angulorum in centro ,
deindè vt se habet $\beta\theta$ ad $\theta\delta$, ita
se habeat $\beta\epsilon$ ad $\epsilon\gamma$, ex ijs pariter ,
quę supra ostēsis. Nā ex æqua-
litate , siue ex communi animi
conceptione , quę eidem ratio-
ne cōueniunt, esse inter se æqua-
les, ipsa dicta ratio , erat nam-
que vt BE ad EG , sic BF ad
 FD , & vt BF ad FD , ita $\beta\theta$ ad
 $\theta\delta$, & iterum $\beta\theta$ ad $\theta\delta$ se ha-
bet, vt $\beta\epsilon$ ad $\epsilon\gamma$, ex æquo igitur
sequitur esse $\beta\epsilon$ ad $\epsilon\gamma$, vt BE
ad EG , quod erat faciendum ,
quæ relata ab arcubus ad angu-
los , erunt & anguli in eadem
ratione, vti proponebatur .

PROBL. VICESIMVM NONVM.

Angulum planum per artem analyticam secare trifariam .

EX opere geometrico adhibitis rectis tantum li-
neis, deinde per semicirculi peripheriam , &
diametrum eductam ; postremò per arcus circuli , vt
per genus proximius supra , illud idem absoluimus , &
demonstrauimus , at quia indicauimus quo vsque Ana-
lystæ suo artificio progredi queant, sciendum est, quod
si pro

si pro angulo ita trifariam secando, proponantur trianguli rectanguli omnia numero latera, etiam quãtitatem numericam laterum secundi trianguli licebit Analystæ afferre, adco vt angulus secundi triens fiat anguli assũpti in primo triangulo, hoc est si nota dentur rectanguli trianguli omnia latera, vt B hypotenusæ sit



1 7 5 7 6 Perpendicularum verò, sit D

1 6 2 8 0 Et basis, vt latus reliquo C

6 6 2 4 Omnia sic BDC trianguli latera, ex doctrina sectionum angularium, & assumendo systaticum problema ab Andersono operi Vietæ de recognitione, & emédatione in fine subnexũ, vt angulus sub B , & C triseccetur, & fiat angulus sub B , & A triens prioris, constitueretur secundũ triangulũ BAE , & res ad hanc deuoluetur æquationẽ, vt cubus sub dupla base secundi trianguli, multatus solido sub quadrato hypotenusæ in eadẽ secundi basim, æquetur solido sub quadrato hypotenusæ in duplum trianguli primi basim, quæ quidẽ æqualitas sub speciebus, vt inuenta est sic proponitur

$$2 AC - BQ \text{ in } A = BQ \text{ in } C,$$

& vulgo ex numeris datis ita exprimitur

$$1 C -- 926747328 N = 4092516200448,$$

Q

& nisi

& nisi darentur primi trianguli *BDC* latera, & communis fieret hypotenusæ *B* ad inuentionem per numeros, ars non procederet, verum geometricum non turbat, cui relinquit operi, vt linearum *A*, & *E* magnitudines limitentur, at quia cubus adfici potest tum à latere, tum à quadrato pro utroq; casu exempla afferimus, & in hoc priore adfectio est sub latere, & quia cubus adfectionis negatè multitudinem excedit extractio lateris, seu *1N* directè fieri licet, ordinetur igitur, vt potestas solitaria ex vna parte maneat, & quod negatum est sub latere in aliam adfirmatè transeat,

$$1C = 4092516200448 \div 926747328, N$$

Latus seu 1 N	92	674	732	8		
	40	925	162	004	48	
3	278 27	024	198	4		
27 9	9 48	267 949	473 360	28 404	48	
	18	534	946	56)		

6 7 4 8 4 3 0 6 9 6 4 4 8

Latus	54	6				
3	3	8				
	57	68				
	9	920 804	747 306	328 964	48	

32	3	706	989	312	
1024	13	511	296	276	48
3072 96	12	288 153	6 64)		
4.					
	12	442	24		
	1	92 069	674 056	732 276	8 48
324 324		370	698	931	2)
104976	1	439	755	207	68
314928 972	1	259 1	712 555	2 64)	
4.					
	1	261	267	84	
3244 3244		9 178	267 487	473 367	28 68
10523536		74	139	786	24)
31570608		252	627	153	92
9732		252	564 62	864 284 5	8 12)
Latus. 8.					
32448.		252	627	153	92

Q 2

Latus

Latus inuentum 32448 est *A* duplum, quare simplum *A* quæsitū fiet 16224, & *E* residuū à quadrato ipsius *B* hypothenusę erit 676, & trianguli secundi *BAE* duo latera *BA* comprehendunt trientem anguli propositi sub lineis numero datis *BC*, ideò factum quod oportuit.

EXEMPLVM SECVNDVM.

Contingit aliquando ob negationis vitium, quod non tantum adficiatur potestas, at ipsa adficiat solidum, ex inde oritur ambiguitas lateris, quam vt caueat Analysta congruum adhibet remedium, & in hoc casu per $\pi\epsilon\acute{\rho}\epsilon\tau\eta\iota\varsigma\ \iota\sigma\chi\alpha\tau\omicron\iota\varsigma$, vt ipse inuentor docuit in opere de recognitione, ac emendatione æquationum, quo artificio latus negatum in adfirmatum transit quadratum, & homogenum comparationis in suum quadratum eleuatur, eductum deindè latus adplicandum venit propositum solidum, vt parabolæ semissis, quæsitā fiat secundi trianguli basis. Proponatur igitur

$$1C - 14480427N = 7993195704$$

vt lateris ambiguitas declinetur, sic iterum proponendū

$$1C * 14480427 = 63891177562444055616$$

& quia adfectio est sub quadrato magis operosa sit effectio ob plana expletionum, & erit vt sequitur.

✱	14 63	480 891	427 177	562	444	055	616
Latus. 1.	1 14	480	427	lat. pri.	cubus pri in quadr.	mi lateris adfect.) aufer.)
plan. exple- tionis. 2	48	896 144 410	085 804 750	4, à co- 27 562	efficiente coefficientes reliquum	in dupl. la titudine resoluen-	teris pr. di
9	2 2 11 26	7 43 729 729 064	145 768))) 87 6	tripl. q. pr tripl. latus cubus à à q. lateris à latere 2.	lateris in secundū prim. in q. secundi latere se- cundo secū. in co- in plan exple-	efficientem pletionis
	43	652	914	47	subtrah. à	resoluen- do	
	4	550 1 757	256 448 836	226 042 092	7 444)	055	616
7	3	758 27 851 70	1 93 343 793 954	582 092)))) 3) 3		
	4	709	120	674	3		
o.		5 48	705 715	288 144 418	238 804 144	0 27 055	616

7	8	149	890	0)	
		2	895	90)	
				343)	
	39	937	017	666	0)
		7	095	409	23)
	48	096	899	318	23)
0.		57	073	154	977	80
			1	448	042	7
		618	518	825	825	16
		104	858	779	230	0
				478	880	10
						729
		513	658	394	800	20
			1	172	914	587

Latus integrum

$$1970709 = 618518825825616$$

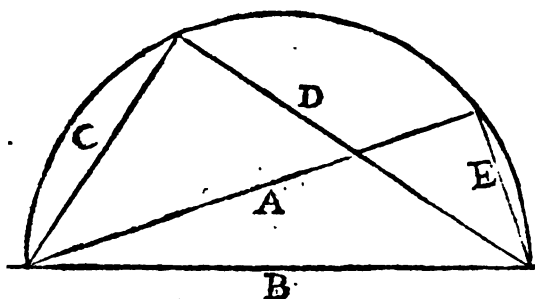
collecta omnium subtrahendorum summa æqualis reliquo
resoluendo, quare erutum adfecti cubi sub quadrato latus
fit 1970709, quod adplicatum proposito solido

$$\frac{7993195704}{1970709} \text{ erit quotus, seu parabola}$$

4056 cuius semissis

2028 erit simplum *A* quæsitum pro base secundi triangu-

845 li, & perpendiculum eiusdem *E*, vt differentia qua-
dratorum *B*, *A*, ex quo in hoc secundo exemplo ponatur *B*
Hypo-



Hypothenuſa

2197

D perpē-
diculū 2035

& C baſis 828

atque incidens
in æquatione,
vt in priore exē
plo, $A^2 C = B$

\angle_3 in $A = \angle_2$ in C , cubus etiam adfici poteſt adſec-
tione duplici, vt duo ſunt ſcalares gradus, at ſimul ad-
ſectio cuiusmodi nihil ad triſectionem anguli in trian-
gulo conferre poteſt, conſtat itaque quo vſque analy-
ticum pertingat opus, nec quicquam quod geometri-
cum ſit conturbat, eidem relinquens ſuum illibatum
munus, & quia quos vidimus authores pro triſectione
anguli, ac duarum mediarum inter totidem extremas,
agnoscunt aſſumptum ſuffragium haud eſſe geometri-
cum culpandi non veniunt, at Ioannes Moltherus in
quodam libello de duplicatione cubi edito Francfurti
1619, ac Principi Mauritio nuncupato plura pollice-
batur, vt geometricè illa eadem, & alia ſupplere, at
demum cum Vietæo coincidit poſtulado, & mirum
quippe quàm lepidè illud diſſimulet, ait namque in hi-
ſtorica narratione de duplicatione cubi mihi ſol. 26.

„ Subtiliſſimus Vietæ nihil quod cenſuram ſuſtineret vena-
„ tus eſt; Clavius in Geometria præctica aliquot antiquo-
„ rum geometrarum producit mechanemata: Verè, ac geo-
„ metricè duas medias proportionales ad eam vſque diem
inuen-

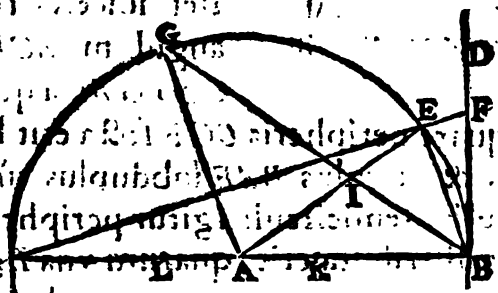
„ inuentas difertè negat, &c. & paulo infra nèpe fo. 27.
 „ hoc posterius (nempe mediarum duarum) nullatenus
 „ nec ab illis, nec à recentioribus geometricè potuit obiri.
 „ At nos rem istam explorata per plurima sæcula difficulta-
 „ tis, in qua mortalium ingeniosissimi hasitarunt, ita ex-
 „ peditam, facilem, obuiam, parabilem, promptamque
 „ dudum animaduertimus, vt quia hasce postulati legitimi
 „ conditiones obtinet, Postulatus sit proxima, meritòque
 „ annumeranda, adeò vt nequaquam ceu problema conten-
 „ tiosum anxiam constructionem, ac demonstrationem re-
 „ quirat, sed tanquam principium per se manifestum, seu
 „ contenta sit explicatione, qua adhibita à quolibet capi, &
 „ assensum mereri possit, & hisce pramissis initio operis ait.
 „ Postuletur, duabus lineis, punctoque in eodem plano
 „ situ datis, vt è puncto isto linea recta applicetur, cuius
 „ portio à lineis illis intersecta alteri rectæ longitudine da-
 „ ta sit equalis.

Quid igitur Author iste hisce ampullatis verbis in-
 dificet non video, nisi quod dum Vietæum repellit po-
 stulatum, quod facit suum, suamet suo iudicio con-
 demnat, vt à geometriæ numero aliena, interim cum
 cæteris, & plusquam aliis reiiciendus author iste, &
 vt cum Vietæ clarissimo cepimus cū eodem claudatur,
 at si geometriæ aliquid hætenus detractum æqui Cen-
 sores nouerint pro eorum ingenuitate speramus vnicui-
 que suum restitui pronuntiaturi oportere,

PROBLEMA TRICESIMUM

Arcus pentagoni congruus habetur determinatus ante Isosce-
lis trianguli conditionarij constructionem, scilicet in quo
angulus datus ad basim est ad reliquum verticis in ra-
tione dupla.

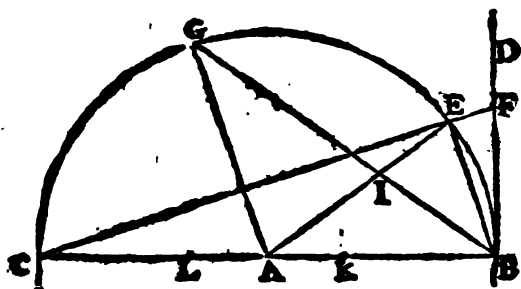
SIT circulus, cuius diameter BC , quæ duobus pun-
 ctis secetur æqualiter trifariam, ut in L , k , & una
 partium sit BK , hæc ponatur in
 linea BD , quæ tã-
 gat in B circulũ,
 & BF equalis ip-
 si BK , deinde ex
 reliquo extremo
 diametri C aga-
 tur CF , hæc seca-
 bit peripheriam in E puncto, iungatur AE , postea
 angulo BME , ABI angulus construatur æqualis, & por-
 recta BI dabit in periphèria punctum G . Dico quod
 arcus CG fit totius circuli quintans. Iungantur AG , BE ,
 quoniam duo anguli ad A , & B in triangulo ABI æqua-
 les facti sunt supra basim, isosceles fit triangulum, &
 alter angulorum est in periphèria, alter verò in centro
 circuli, sequitur ex conuersa propositione 20 libri, 3
 arcus oppositi esse in ratione dupla, sed tam CAG an-
 gulus, quàm AIG angulus, dupli sunt anguli ABI , nam



R illo-

rum alter est in centro, alter verò externus in isoscele, ergo æquales sunt anguli CAG , AIG , qui detracti è duobus rectis, relinquentur BAG , BIA æquales, & ideò isoscelia, & similia sunt eadem triangula, & si quidem ab æqualibus BAG , BIA angulis æquales anguli

BAI , BGA subtrahi concipiuntur, relinquentur æquales GAI , GIA anguli supra basim AI , & fiet isosceles triangulum AGI , ergo GAI æqua-



bitur angulo CAG , quare peripheria CGE secta erit bifariam in G puncto, & angulus BAE subduplus tum CAG , tum GAE angulis, semicirculi igitur peripheria in quinque portiones distributa erit, quarum una BE , & eius dupla CG , erit quinta pars totius peripheriæ circuli, inuenta ante omnem constitutionem isoscelis conditionarij pro quæsito Polygono laterum imparium, ab antiquis requisiti.

ADNOTATIO PRIMA.

Poterat quidem inuento puncto E aliter reliquū absolui, vel ex duplo arcu BE , haberi statim punctum G , vel è centro acta AG , æquidistanti BE rectæ, ac libuit per æqualitatem angulorum supra semidiametrum

trum incidere, ut forma, quæ alijs polygonis à pentagono fit communis, & præter duo iam agnita isoscelia similia BAG , BIA , duo sunt alia ad angulum communem commissa, nempe AGI , IBE , nam anguli AGI unius æquatur angulo IBE alterius, quia ABE bifariam secatur, & reliquus GAI reliquo BEI æquatur: sunt igitur homologa similium latera triangulorum, hoc est BG , BA , BI proportionalia, vel BG , GI , BI , ergo in puncto I secatur BG media, ac extrema ratione, similiter in analogia sunt AE , AI , IE , quare & AE secatur in eodem I puncto media iterum, ac extrema ratione, & constat ante constructionem conditionarij trianguli isoscelis existere polygonum quinque lateribus ordinatum.

ADNOTATIO SECVNDA.

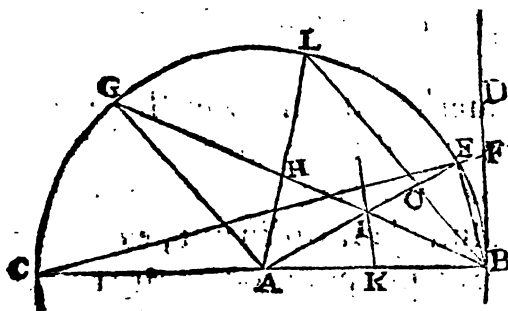
E Velides quippè methodum inscribendi pentagonum ordinatum tradidit dependenter ab isoscele iam dicto, & Ptolomeus in Almagesto ex sectione analogica semidiametri illud idem ordinavit, ex inde auctores cæteri crediderant pro polygonis imparium laterum, inquire oportere conditionaria isoscelia, sed nec exhibita à nemine fuerant, nec expectanda ulterius, quia ut in Physicis contingere novimus, ex mixtione diuersarum specierum ultra primam, haud admittit natura deinceps proles, sic in Geometricis quasi ex compositione rerum diuersæ speciei, haud licet ultra pentagoni structuram per mixtionem linearum, & an-

gulum secare peripheriam de genere curui, & ideo
ex genere proprio superius, & hic factum conspicitur.

PROBL. TRICESIMVM PRIM.

*Arcus heptagoni congruus habetur determinatus ante isosceles
conditionarij constructionem, nempe in quo angulus ver-
ticis est ad reliquos in ratione subtripla.*

SIT circulus cuius diameter BC , & hec æqualiter
secetur, tribus adhibitis punctis, quadrifariam: sit
deinde tangens circulum AD , in eaque ponatur BF , vni
partium nempe BK æqualis, & à centro A conductæ



AF , secabitur
peripheria in E ,
postea angulo
 BAE construc-
tur angulus ABI
æqualis, & por-
recta BI dabit
in peripheria
punctum G . Di-

co arcum CG , arcum esse heptagoni congruum cir-
culo ordinati. Secetur bifariam arcus GE puncto L , &
ducantur AG , AL , BL , BE , & etiam si lubet CE , fiet
angulus EBD ad tangentem æqualis BCE in segmento
alterno, seu AEC , (hac scilicet quantitate anguli supra,
 BE in isoscele minuantur à recto) & anguli ABE ,

AEB

AEB in tripla ostenduntur esse ratione ad angulum
 verticis *BAE*; quoniam anguli *BAI*, *ABI* facti sunt æ-
 quales, oppositi arcus esse in ratione dupla *CG* ad *BE* su-
 pra fuit demonstratum; & *ABL* isosceles, quum sit an-
 guli *ALB*, *ABL* æquales, sicuti angulus *LAE* in centro,
 æquatur angulo *GBE*, quia iste super duplam insitit
 peripheriam, ergo duo anguli *ABL*, *GBE* euadunt
 æquales, à quibus portio *GBL* communis sublata, re-
 linquantur anguli *CBG*, *LBH* æquales, quare & arcus
 quibus insitit *CG*, *LE* æquales, ac *GL*, & *LE* sunt equa-
 les, ergo quilibet arcus *CG*, *GL*, *LE* sit duplus ad arcum
BE, hoc est arcus *BE* septima fiet semicirculi portio, seu
 angulus in centro *BAE*, subduplus cuiuslibet angulo-
 rum *CAG*, *GAL*, *LAE*, & equalis sit angulis *CBG*, *GBL*,
LBH, quare ante constructionem huius trianguli condi-
 tionarij *ABE*, & natura, & tēpore determinata habetur
 portio *CG* in circulo pro heptagono oportuna, ut fuit
 questum.

ADNOTATIO PRIMA.

Sequitur ex ostensio quod *AG*, *BL* sint equidistan-
 tes, etenim æquales euadunt anguli *ALB*, *LAE*,
 & isoscelia triangula *AOL*, *OBE*, non tamen similia,
 sed *ABE*, *EBO* similia, sicuti *ABE*, *ABH* similia, &
 æqualia, nam iterum similia sunt *ABG*, *IBA*, & quia
 anguli *CAG*, *AIG* sunt æquales, quum ad *ABL* quili-
 bet sit in ratione dupla; ergo sublatis ex duobus rectis,
 reliqui *BAG*, *BIA* æquales sunt, quare triangula *ABG*,
ABI similia sunt, præterquam quod ad bases *BG*,
 & *BA*

& BA erant anguli pares, & ideo homologa fiunt latera BG , BA , BI , & in triangulis AHI , BIE , & similitudo, & qualitas adest, vt ex angulis patet, ideo HI , IE , AH , EB æquantur, & bases AI , IB erant pares, igitur æqualibus æqualia additis BH æquatur AE , & isoscelia ABH , ABE , angulus nempe AHB triplus fit anguli ABH , quod rectè consequitur, quum possit duos HLB , HBL internos, hoc est ABL , & HBL , quare erit, vt GB ad BH , ita BH ad BI , vt tota ad totam, ita ablata ad ablatam, & reliqua GH ad HI , & non nulla alia assimilari cum conicis sectionibus.

ADNOTATIO SECVNDA.

AD Punctum igitur K si eleuaretur perpendicularis transibit per I punctum, & erit portio æquilateri trianguli circulo inscribendi, ad hanc lineam ex A centro requirebat Vieta in 8 libro Variorum capite 7. quod inclinaretur recta hac ratione, vt IE æqualis efficeretur cordæ EB , nam ibidem assumpserat sub examine tres methodos pro heptagono effingendo, exhibitas ab Illustri quondam mathematico, & eius censura fuit, esse

Primam geometricam, sed veræ tantum proximam, non etiam accuratam, alteram veram, & accuratam, sed non Geometricam.

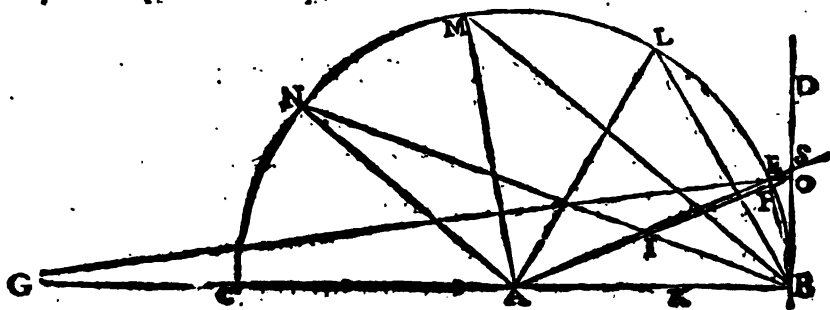
Tertiam Geometricam, sed *αὐτὸς ἑαυτοῦ*
& omnes vt par erat reprobauerat, in secunda tamen forma, quæ mechanico tantum hærebat duo stabilierat, suo

rat. suo more: elegantissima theoremata, ad illa lecto-
 ré remittimus, & ex inuenta æqualitate inclinatę IE ad
 EB concludebat heptagonum subsistere ordinatum,
 verum, & æqualitas eadem est quid posterius ipso hep-
 tagono, quo prius à nobis multiplici ratione exhibito
 duo illa theoremata omni pede procedent.

PROBL. TRICESIMUMSEC.

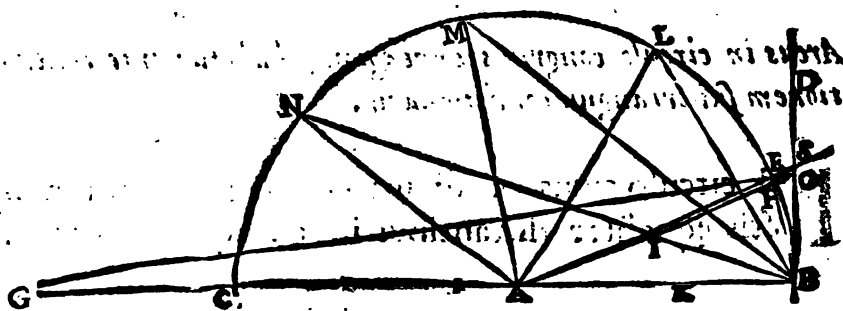
*Arcus in circulo congruus enneagono, habetur ante inuen-
 tionem sui trianguli conditionarij.*

IN circulo cuius BC diameter, hæc quatuor pun-
 ctis æqualiter distantibus in quinque dirimatur



portiones, quarum una sit BK , quę vt supra in tangen-
 tem BD ponatur, vt æqualis BK sit BS , & iungendo
 AS ex centro secabitur peripheria primum in E , & pro-
 ducta diametro ad semissem eius CG , agatur GE linea,
 quę vltcrius secabit tangentem in puncto O , ex quo
 iterum

iterum ad A centrum conducta linea AO secabitur secundo peripheria in F , deinde angulo BAF constructur angulus ABI , & protracta BI secabitur peripheria in N . Dico quod arcus CN erit nona pars accuratè rotæ circumferentiæ, & sic demonstratur. Iungantur A, N , cui æquidistet BM , & arcus MF secetur bifariam in L , & alię ducantur AM, AL, BL, BF : igitur anguli NAM, AMB alterni sunt æquales, & ANB, NBM



æquales, ut æquales CAN, CBM in centro, & ad arcum, quare tres CAN, NAM, MAL anguli equantur, similiter & huic postremo equalis LAE ; ergo dupli omnes eiusdem anguli BAF fiunt, & tota semicirculi peripheria distributa habetur in nouē portiones, quarum vna est BF ; & totius circumferentiæ nona pars fit eius dupla CN . Idcirco ante conditionarium Ifoceles pro enneagono eius oportuum latus habetur natura, & tempore, quod erat intentum.

A D N O T A T I O .

1 **P**oterat etiam, & punctum *F* reperiri absque eo quod produceretur diameter in *G*, at forma assumpta, & commodior visa fuit, rei que magis propria, nam pro figuræ primæ scilicet Isopleuri arcu, utitur sectione diametri in centro, & semissis reflectitur intra, ut sextans fiat, reliquus verò ad semicirculum est quæsitus arcus.

2 Deinde dum secatur diameter duobus punctis trifariam æqualiter ad tangentem operatio prouocat, & limitatur arcus pētagoni à reliquo diametri extremo

3 Postea pro tertia figura imparium, nempe heptagono, secatur ipsa diameter tribus punctis quadrifariam, & cum tangente arcus determinatur à semidiametro ex centro.

4 Igitur quod tam arduum censebatur, tam facile, & secundum naturam reperiri contingit. Si verò ad vltiora, hac methodo progredi lubeat non vnica, sed replicata sectione, ut in enneagono factum est, posset expediri, & tunc quatuor punctis dirimeretur diameter æqualiter, nempe quinque portiones, at vltius etiam excedere licebit, & si satis implexa effectio sortiretur, nobis sat fuit demonstrasse in omni polygono imparium laterum prius attingi arcus lateri competens, quā reperiatur conditionarium isosceles, quod illa deinceps inquirere superfluum videatur, ac inutile, cum aliàs haberi queant, ut ostensum fuit.

Soluentes itaque Perge magni nuncupati Geo-
S metrae

metræ manes; post amplissima vasti pelagi perlustrata iam litora; sibiq; plurima, ac prætiosa admodum oblata, adhuc neque alumnos excitare quiescentes; ad angusti Tynhæni ripas dum conuergerent proras, contigit *ITER* prospexisse *REGIVM*, quo pauca hæc exorta haud indignabundæ sibi oncrari adnuerant.

F I N I S.

INCLINATIONVM
GEOMETRIÆ
PARERGON

EODEM AVTHORE.



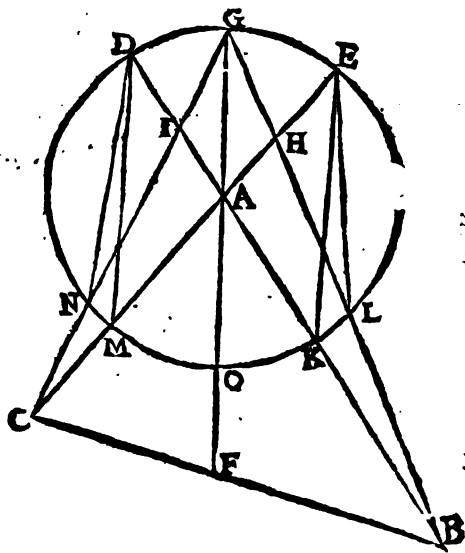
INGENVOLECTORI S.

IN primæuo exortu suo , cuiusue nec parum indigens opusculum de reflexionis puncto agnoscebatur, industria caruit obstetrice , meritò igitur sibi postulabat reflecti , quod aliquando consensimus , & curiosè proluxa rescindere consilium fuit , vt reliqua ferè alia methodo construere , ac demonstrare , & pro illo vt supponimus fungi criticis sublatum officio , ita nec immemores , in hoc exerceri Parergo translatum , vbi tria optidorum potissima è mechanicis ad Geometriam problemata inuenies reuocata , vtinam onus aliquis susciperet totum illud nobile repurgandi , Geometria vè vinduandi opus . Vale .

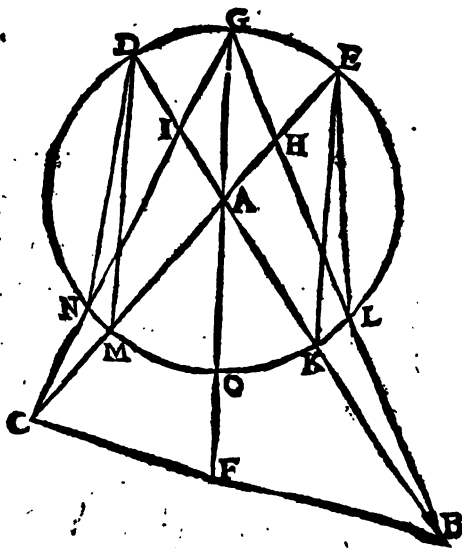
PROBLEMA PRIMVM.

Dato circulo , & duobus punctis extra inaequaliter à centro remotis , duas inclinare lineas ad angulum in peripheria , quem bifariam diameter dirimat .

SIT circulus circa *A* centrum puncta *B* , *C* , ducantur per centrum *BAD* , *CAE* , & connexa *BC* ita secetur in *F* , vt sit *BF* ad *FC* , sic *BD* ad *CE* , & ducta per centrum *FAG* . Dico punctum *G* efficere quæsitum , hoc est iunctis *BG* , *CG* angulum *BGC* bisecare linea diametri *GAF* , & ex præscriptis in opticis , dicetur *BG* incidentiæ linea , *CG* reflexionis , aut e contra , vt angulus *BGC* reflexus , & punctum *G* reflexionis . Iungantur *MD* , *ND* , *KE* , *LE* , vtq; anguli , qui ad *BC* sunt extra reuocentur ad circulum ; arcus suscipiatur *MN* , *KL* , siue pro eis *MDN* , *KEL* anguli cõpetetes , hisce paratis cõsiderentur triangula *BAH* , *CAI* ad angulum composita communem *BAH* , seu *CAI* , erunt *AHB* , *ABH* internis æquales simul duobus *AIC* , *ACI* cum ambo
sequen-



æquentur vni externo BAC , ergo excessus idem fiet inter AHB , & AIC , qui inter ACI , & ABH : at angulus AHB æquualet in alio HEL triangulo duobus internis



HEL , HLE , & angulus AIC æquualet in alio IDN triangulo duobus internis IDN , IND ; quare idē excessus fiet duorum HEL , HLE angulorum simul, supra angulos IDN , IND simul, quam anguli ACI supra angulum ABH , seu arcus GE supra DG arcum, qui à prædictis angulis in opposita occupā-

tur peripheria, aut si mauis acceptis ex aduerso MO , & OK tantundem differre oportebit, quantum anguli adgregatum $MEL + ELG$, seu arcus $ML + MO$ excedunt supra angulos $KDN + DNG$, seu arcus $KN + DG$, idest $KN + OK$, & sublati utrobique æqualibus MO , OK repetiti, idem erit excessus ML supra NK , qui vicissim GE supra DG , & ablato communi MK erit excessus idem inter GE , & DG , seu MO , & OK , qui inter KL , & MN , quare erunt quatuor termini, bini, ac bini in arithmetica analogia, nimirum MO primus, OK secundus, KL tertius, & MN quartus, qui si comparentur

rentur, prima cum postrema, magnitudo eadem constituitur, quam si comparentur secunda cum tertia, ideò additis arcibus MO , & ON , & alijs KO , & KL , id est duo arcus NO , & OL fient æquales, ergo & totus angulus LGN , id est BGC distinctus per æquales à diametro GAF , & fit G punctum reflexionis, & angulus BGC reflexus, & duo GN , GL portiones æquales.

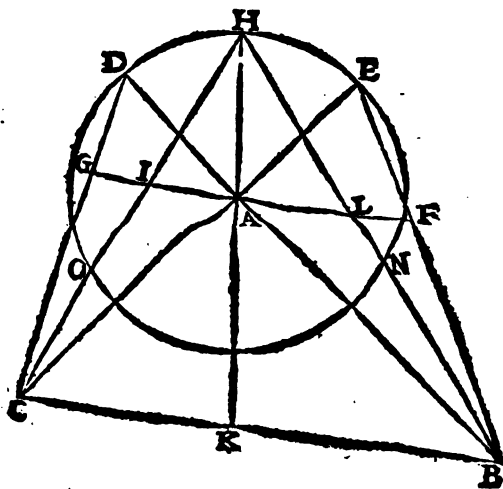
S C H O L I V M .

NEC poterit in caua peripheria aliud punctum reperiri præter G , verùm possibile est taliter haberi ex dispositione situs punctorum, ut non biseccetur angulus reflexus à diametro, sed ab altera linearum, & tunc portiones de circulo GL , GN fient inæquales, ut infra dicitur: præterea in quibusdam casibus duo licebit inuenire reflexionis puncta, vnum scilicet in latere peripheriæ, quod mixtus habeatur pro caua, & conuexa, ut in ultimo dicitur problemate: alterum verò, ut factum EH ; & ne præmissa forma cum arithmetica analogia alicui minus arrideat, succedat constructio altera ex pluribus alias exhibitis, à quibus nunc declinamus, cum pauca abundant. Sit itaque.

PROBLEMA SECVNDVM

Datis iisdem circulo, & duobus punctis extra idem prestare:

A Gantur per centrum BAD , CAE , & iungantur CD , BE , etiam BC connexa, secetur in K , vt fiat BK ad KC , ita BD ad CE , deinde per centrum A ducatur FG æquidistans ipsi BC , & ducta KAH . Dico H



puncto in periphæria effici questitum, nimirum connexis BH , CH , ipse angulus BHC dirimi à diametro HK bifariâ, quoniam enim est, vt BK , ad KC , ita FA ad AG , hoc est LA , ad AI ob æquidistantiam LI à base trianguli BC , erit permutâ-

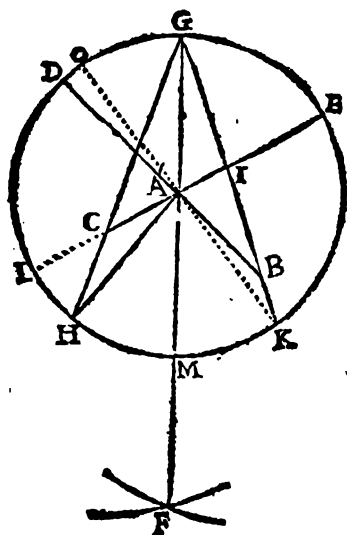
do, vt Bk ad LA , ita Ck ad AI , seu vt BH ad HL , ita CH ad HI , & vt BK ad BH , ita AL ad LH , pariter vt kC ad CH , ita AI ad IH , & ideò conuertendo, ac permutando HL , ad HI , vt AL ad AI , quare in triangulo LHI , laterum ratio LH ad HI , & in eadem analogia cum bascos segmentis LA ad AI , ergo & angulus LHI
seu

seu BHC bisectus est à diametro HAK , quod fieri oportuit.

PROBLEMA TERTIVM.

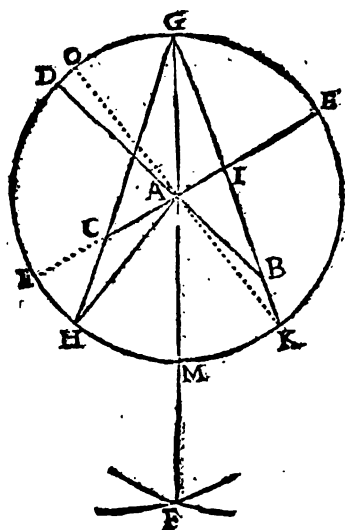
Datis circulo, & duobus punctis intra ambitum in situ, ubi linea connectens per centrum non transeat, idem efficere

SIT circulus circa A centrum, & duo puncta B, C intra, in diametris diuersis, agantur BAD, CAE , & centro facto in B , distantia CE , & vicissim centro in C , distantia BD portiones circulorum se mutuo secent in F puncto, è quo per centrum si agatur FAG . Dico quod G punctum erit quaesitum, nempe ductis BG, CG , angulum quem faciunt BGC bisecare diameter GAM , quod ita lubet ostendere. Ducatur KAO , & compleatur ECL , porro si assumatur triangulum GCI , in quo angulus externus GIE , & ab eodem auferatur alter internorū, puta GCI , relinquetur alter CGI ; sed vice angulorum suscipiantur competentes arcus, id est pro GIE , seu verticali BIC



T est arcus

est arcus LK (quod patet si iungeretur LG .) & pro angulo GCI est arcus GE , seu LM , qui deductus ex LK relinqueretur MK pro arcu determinante magnitudinem reliqui anguli CGI , seu HGK , ita ut angulus



in centro respondens arcui MK fiat æqualis KGH angulo in peripheria, ergo MAK duplus sit anguli AHK , quod est verum in externo Isosceles AGK ,

Deinde pergamus in eodem triangulo CGI aliud latus productum, erit angulus externus ECH , a quo si alter interiorum CIG sit ablatas, & alter rursus CGI relinqueretur, ideo recurrentes ad arcus congruos, erit GOL arcus pro angulo CIG ,

seu ex aduerso arcus MAE , qui subductus de arcu EMH congruo ad angulum ECH , erit reliquus arcus MH competens reliquo angulo CGI , iste in peripheria, & HAM competens MH in centro; quare æquales fiunt HAM , & HGK , siue HAM externus in isoscele HAG ; sed fuerat MAK in centro æqualis HGK , modo HM æqualis eidem HGK : sequitur igitur KM , MH esse pares, & angulus BGC bisectus à diametro GA . quare G punctum sit reflexionis, ut quæsitum fuerat.

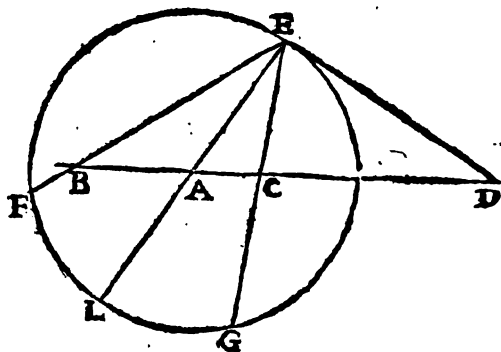
SCHO-

SCHOLIUM PRIMVM.

VT igitur nouā eiusmodi ratiocinandi, sed geometrica formam minus aliquis audeat non probare, infra problemate octauo, vbi eadem constructione utemur, alia argumentabimur methodo, utque sequentia per occurrentes casus melius explicentur, necesse erit aliundè non nulla hic subnectere mutuata, & pro vno symptomate sit.

SCHOLIUM SECVNDVM.

SI duo puncta intra in vnam consistant diametrum, & quæsitum sit idem reperire punctum reflectionis, hoc iam solum habetur apud Vitellionem propositione 17 libri 8, & apud Cōmādinum in commentarijs collectionum Pappi ad propositionem 57 libri 2, qui authores sic ostendunt. In circulo sit linea BC per centrum A , & quæ ratio BA



ad AC , ita fiat BD ad DC additam, & à puncto D sit ducta DE tangens circulum. Aio punctum E esse quæsitum: ducatur AE diameter & erit angulus AED re-

T 2 ctus,

Etus, deindè iunctis EBF , ECG sunt duo anguli GEL , & FEL æquales, hoc est à diametro bisectus est angulus BEC , & fit E reflexionis punctum, & ad integram perceptionem huius effectiōis pertinent duo sequentia lemmata.

L E M M A P R I M V M.

D Atæ lineæ vno puncto sectæ, addere portionem, vt fiat tota, & addita, ad additam, ita ratio partium, nimirum AB secta sit in C , & eidem ap-

ponatur CD , vt sit eadem analogia AC ad CB , quæ aucta tota AD ad ipsam BD , facillima res est; fiat AE diffe-

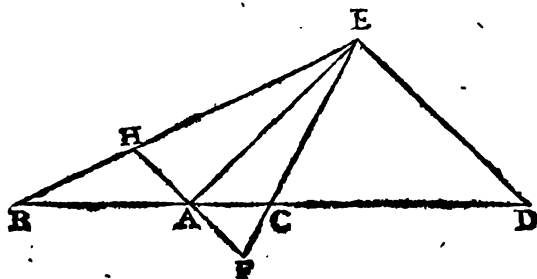
rentia partium, ponendo CB , EC æquales, & vt AE ad minorem EC , ita fiat tota data AB ad quartam BD , erit quæsitam, nam à compositione argumentando erit AC ad CB , ita AD ad DB .

L E M M A S E C V N D V M.

SI lineæ secta fuerit duobus punctis, vt BD in A , & C , & sit A ad C , ita BD ad DC , & à punctis A, D inclinentur lineæ AE , ED ad angulum rectum, vt AED , deindè ad idem punctum iungantur etiam BE , EC , ostendit Commandinus ad propositionem 52. libri 6. in Commentarijs Pappi Collectionum, quod duo anguli

anguli BEA , CEA sunt æquales. Agatur per A punctum linea FAH æquidistans DE , & concurrat cum producta EC in F , erit vterque angulus ad lineam EA deinceps rectus

ob rectū AED ,
& cum sit ex hypothefi vt BD ad DC , ita BA ad AC , erit permutando BD ad BA , vt DC ad CA , verum vt DC ad



CA (ob similia triangula DCE , ACF) ita DE ad FA , & vt DB ad BA , ita (ob eandem rationem) DE ad AH , quare eadem ratio erit DE ad AF , quæ DE ad AH ; ergo æquales sunt FA , AH , quibus addita communis AE , duorum triangulorum latera duo FA , AE , & AH , AE æqualia habentur, & continent æquales nempe rectos angulos; igitur penitus æqualia sunt illa duo triangula EAF , EAH , & angulus FEH diuiditur bifariam per lineam AE , quod erat demonstrandum.

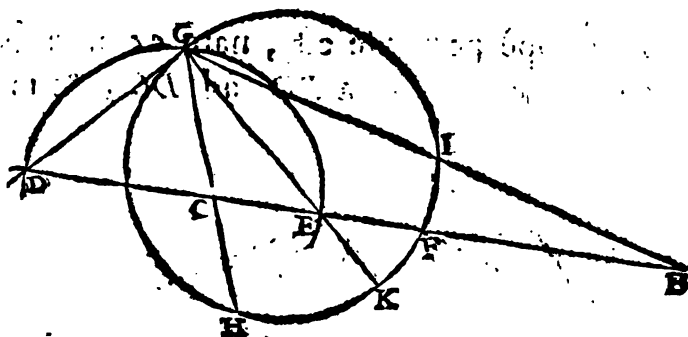
PROBLEMA QVARTVM.

Dato circulo, & punctis, altero intra, altero extra, vt iungens linea non transeat per centrum, inuenire punctum reflexionis.

Sint

ut nouum ac iucundum fore confidimus.

Cæterum continget aliquando haberi reflexionis punctum, at angulus reflexus non à diametro bisecari, in quo casu inæquales portiones abscindentur de

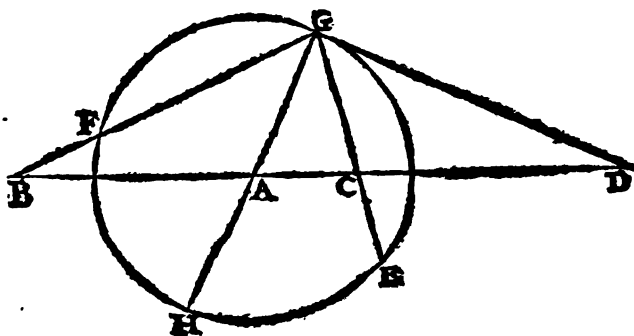


circulo, ut in præmissis problemate si pars lineæ BC , quæ in circulo occupatur non diuidatur (ut in E) bifariam, & fiat BE ad EC , ita BD ad DC , facto deindè super DE semicirculo, & ductis DG , EG constituetur angulus DGE rectus, & porrectis CG , BG etiam anguli HGK , KGB pares euadent ex demonstratis lemmate secundo, verum lineæ in circulo inæquales erunt GI , GH , quia diameter non est lineæ GK angulum reflexum bisecans, quare latius patet inuentio puncti reflexionis, quam ratio rescindendi à punctis positione datis portiones de circulo æquales, quæ perpetuo à diametro bisecari angulum exigit reflexum.

PROBLEMA QVINTVM.

Datis iisdem , & linea iungens transeat per centrum , idem prestare .

Hoc quippè perfacile est , nam ex ostensis , si fiat BA ad AC , ita BD ad DC , & tangat



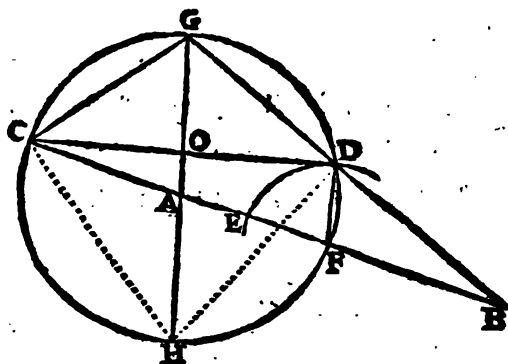
DG in puncto G circulum , productis namque BG CG lineis, ac diameter GH , palam fit ex citato lem-
ma-
re secundo, quod anguli BGA , CGA sint pares , & ut
supra reliqua consequentur .

PROBLEMA SEXTVM.

Datis circulo, & punctis, quorum altero sit in peripheria circuli, altero verò extra, lineaque iungens transeat per centrum, idem efficere.

SIT B punctum extra, C in peripheria, & ex hypothesi cum transeat BC per A centrum, secetur diameter

CF in puncto *E*,
ut fiat *CE* ad
EF, ita *CB* ad
BF, & portio
FE aptetur cir-
culo in *FD*; por-
rò linea ex *B* per
D dabit in peri-
pheria punctū
G, & hoc aio,



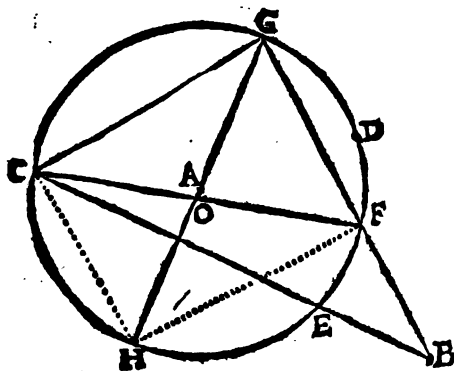
efficere quæsitum . Iungantur CG , HC , HD , & quoniam anguli CGH , CDH æquales sunt, & æquales DCG , DHG , nec non alij ad vertices, plus quam similia erunt triangula HOD , COG , sicuti duo alia HOC , DOG , ideo homologa latera erunt in eadem ratione, nempe HO ad OD , vt CO ad OG , & iterum HO ad OC , vt DO ad OG , & permutando HO ad DO , vt OC ad OG , ergo æquales erunt DO , & OC , & super diametrum GH ab angulis rectis cadentes,

efficientur anguli $GH\text{D}$, GDO , ex 8 sexti æquales, & ad O recti, vnde anguli GCO , GDO æquales; ergo triangula similia, & æqualia CGO , DGO , punctum G reflexionis, & bisectus angulus BGC reflexus à diametro.

PROBLEMA SEPTIMVM.

Datis iisdem, & lineà iungens non transeat per centrum, idem efficere.

S Int puncta B extra, & C in peripheria, linea vero BC centrum non occupet A , agatur tangens, vel punctum in arcu signetur D , & pars DE compre-



hensæ peripheriæ secetur per æqualia in F , per quod punctum si ex B agatur linea, signabit G in peripheria, quo fieri questum sic ostenderur. Iungantur CG , CH , CF , & diameter ducta GA , efficientur triangula GCH , GFI , & supra ostendi

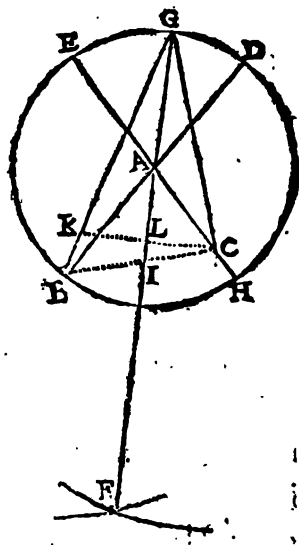
mus, neque hic est opus iterari tam CO , quam OF esse mediam inter partes diametri HOG , ita vt æquales

les sint, hoc est secta sit bifariam CF à diametro, ergo ad angulos pares, & assumpto OG communi, duo latera CO, OG duobus lateribus FO, OG æquantur, & angulos continent æquales, quare bases CG, GF sunt æquales, & angulus BGC dirimitur bifariam à diametro, & idcirco est reflexus, G vero punctum reflexionis quaesitum.

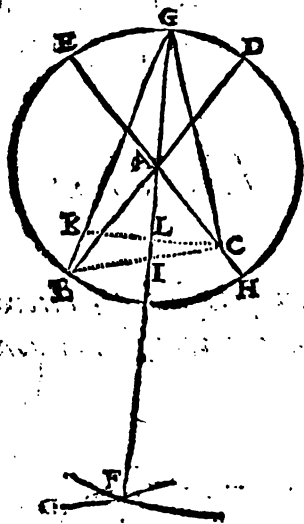
PROBLEMA OCTAVVM.

Dato circulo, & punctarum altero in peripheria, altero intra, & linea iungens illa per centrum non transeat, idem punctum reperire.

Sit B in arcu, C intra spatium circuli, agantur per centrum BD, CE lineæ, & distantia BD, centro facto in C, & vicissim distantia CE, centro in B duæ scribantur circulorum portiones se secantes in puncto F, ex quo per centrum agatur FAG, erit G punctum quaesitum, & cum constructio concurrat cum primo problemate, hic ali methodo ordinabitur demonstratio. Sumantur æquales GC, GK, & connectatur Ck,



fieri ad diametrum perpendicularis progressu ostendetur , nam iuncta AK, duo triangula GAC , GAK sunt similia, & æqualia, quia æquatur resolutæ partes ex



talis BGC reflexus, ut punctum G reflexionis, & constet propositum.

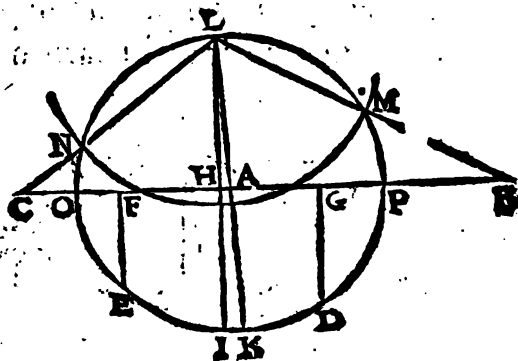
Poterat etiam ducta BC ita secari in puncto I in ratione BD , ad CE (vel ob faciliorem sectionem harum aliquotę partes) & per punctum I , & centrum in idem incidisset punctum G ; verum constructio fit citra dubium per circulorum duorum mutuam sectionem accuratior.

PRO.

PROBLEMA NONVM

Dato circulo , & duobus punctis extra , linea vero iungens per centrum transeat , idem punctum inuenire .

Sint B, C extra, intelliguntur semper inæqualiter à centro distare, vt assequatur quæsitum , primo contactus puncta ad eandem partem signentur ex datis, sintque D, & E, à quibus demittantur super BC duæ perpendiculares DG, EF, deindè comprehensa FG portio secetur in H puncto æqualiter, à quo si linea eleuetur perpendicularis HL, erit L punctum quæsitum . Demittatur per centrum LAK, & iungantur BL, CL, erunt duo BHL, CHL triangula rectangula ad angulum composita, quare eadem differentia est angulorum BLH, & CLH, quæ vicissim reliquorum LCH, LBH, Ideò si semissis excessus anguli BLI supra angulum CLI, seu arcus MPI supra arcum NOI minori apponatur NI, scilicet arcus IK, efficientur arcus MPK, et NOK æquales, seu anguli BLK, et CLK, ergo complementa
ad

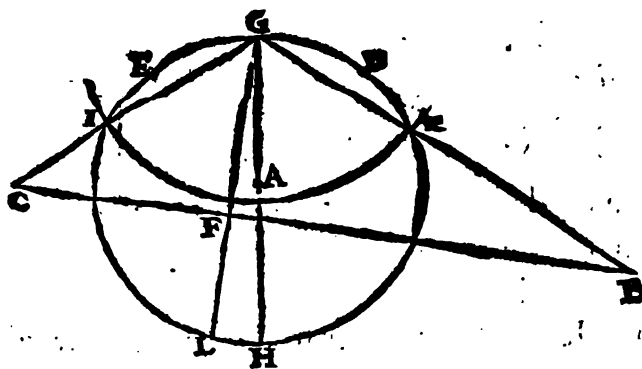


ad semicirculos LM , LN equalia erunt, unde angulus secatur reflexus BLC à diametro equaliter, et constat propositum.

PROBLEMA DECIMVM:

Isdem datis, linea vero connectens puncta non transeat per centrum, illud idem determinare.

Sint B , C puncta extra circulum, à quibus tangentes, ut prius, vel puncta in peripheria signentur D , E , deinde in ratione linearum BD , CE iuncta BC ,



secetur in F , à quo puncto si eleuetur perpendicularis FG , erit in peripheria punctum G efficiens quæsitum. porrigatur in L , & per centrum agatur GAH , fiet arcus LH , seu angulus LGH semidifferentia anguli BGF supra angulum CGF , quæ minori addita, æquales redduntur BGH , CGH ; ergo ductæ BG , CG constituent angulum bisectum per diametrum, & patet intentum.

SCHO.

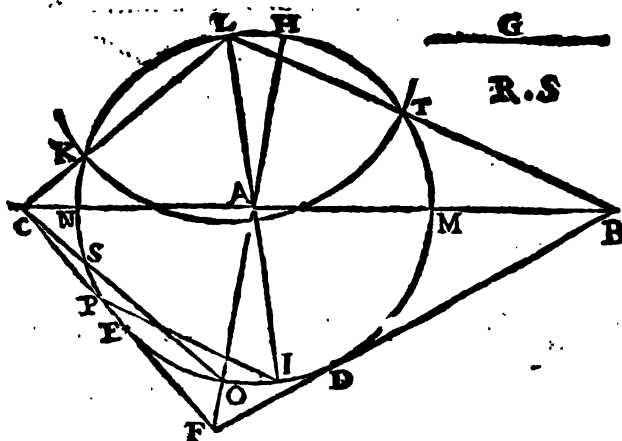
SCHOLIUM.

Incidenter hic offertur alia ratio construendi triangulum ex datis base , lineaque angulum verticis bisecante , vna cum proportione laterum , diuersa quatenus nobis contigerit videre ab alijs constructum , sit itaque.

PROBLEMA VNDECIMVM.

Sit BC linea pro base , ratio laterum R ad S , & magnitudo linea bisecantis angulum verticis G , oporteat triangulum construere.

Secetur basis BC in ratione laterum R ad S in puncto A, in quo facto centro, amplitudine li-

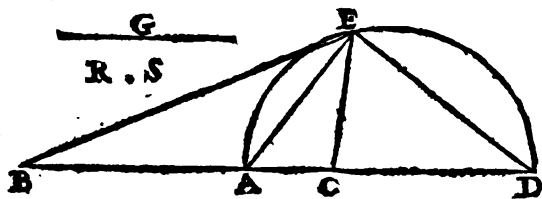


neæ datæ G scribatur circulus , deindè á punctis datis extra B , C agantur lineæ contactus ad eandem partem ,

licet portiones SP , OI æquantur: sed IO est æqualis HL ; ergo HL , SP æquales, ac communis LS susceptus arcus erunt compositi HS , LP arcus iterum æquales, quo circa insistentes anguli LIP , HOS erunt æquales: at LIP erit coalterno BLI æqualis ob æquidistantiam BL , IP , & angulus HOS ostensus fuit æqualis CLI ; ergo duo anguli BLA , CLA æquales fiunt, & dirimitur totus verticis angulus BLC bifariam á diametro, seu semidiametro assumpta æquali lineæ datæ G : ergo habet triangulum BLC condiciones requisitæ, & factum erit quod oportuit:

S C H O L I V M.

Effectio præmissi problematis vniuersalior videtur quàm inducta ab antecessoribus, quæ sic se habet. Data sit pro base BC secta in A pro ratione data R ad S , & linea bisecans angulum verticis sit G , ut prius. Protrahatur BC in D , ut eadem sit ratio BD ad DC ; quæ R ad S , seu BA ad AC , & scripto super D



A semicirculo, in eo ponatur AE æqualis G , & connexis BE , CE , DE , fiet triangulum quæsitum BEC , nam ex superius ostensis anguli BEA , AEC sunt æquales,

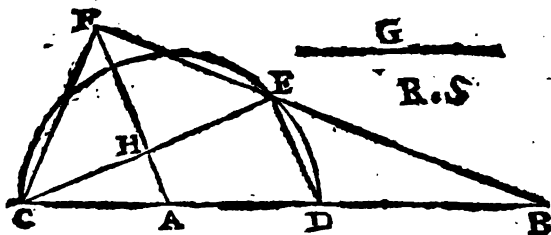
X & con-

& conditiones reliquæ expletæ ; verum constructio hæc fit conditionata, vbi opus est, data G externa, fiat minor ipsa AD , aliàs triangulum haud constituitur; poterit adhuc vniuersalis ita proponere.

PROBLEMA DVODECIMVM

*Data linea pro base , ratione laterum , & magnitudine
linea bisecante angulum verticis invenire triangulum .*

S Ecetur linea basis BC in A in ratione data R ad S ,
& in CAD diametro, facta nempe AD equali
 AC , semicirculus scribatur CED , erit DB differentia



partium : fiat
deindè ut AB
ad BD , ita da-
ta externa ad
aliam , & sic
 DE , in circu-
loq; aptata',
agatur per E
punctum ex B

indefinitè linea; porro ex *A* eleuetur linea æquidistans *DE*, & sit *AF*, quæ occurrat *BE* in *F* puncto, cui iungatur *CF*, & *CE*. Dico triangulum *BFC* esse quæsitum, ob rectum *CED*, erit & rectum *CHA*, diuisaque bifariam *CE* in *H*, & communis *HF*, vnde fit quòd *FE*, *FC* sint æquales, & angulus *CFE* bisectus, cumque

que sit, ut AB ad DB , ita EB ad BE , & per conuersionem BA ad AD , ut BF ad FE , & AD ad AC , ut EF ad FC ; ex æquo igitur erit, ut BF ad FC , ita BA ad AD , ratio laterum eadem, quæ basis segmenta: factum igitur, quod oportuit, & sequebatur ex ipsa BFC anguli bisectione ut in elementis patet.

SCHOLIUM.

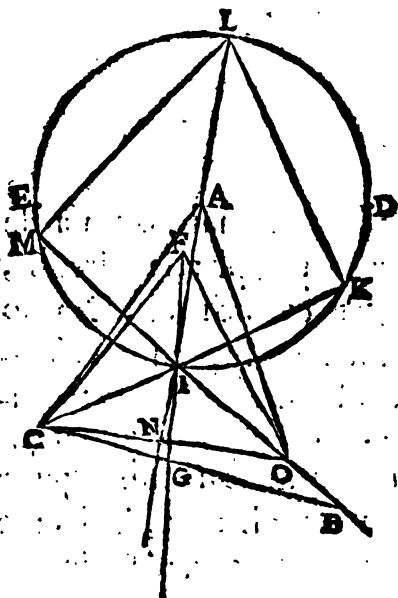
EXhibita, ni fallor, sunt symptomata omnia de reflexionis puncto in caua periphèria circuli, plani scilicet secantis conum, seu cylindrum; & quo ad illud punctum communicat circulus cum sectionibus cæteris, adeo ut faciliè ad omnes alias extendi queat præmissa doctrina, verum integrè ad argumentum minime satis fuerit factum, nisi subrogetur pro conuexis vnum, vel alterum problema, in ijs tot discrimina casuū ob puncta non contingunt. Sit igitur

PROBL. DECIMVM TERT.

Dato circulo, & duobus punctis à centro inequaliter distantibus, inuenire reflexionis punctum in conuexa periphèria.

Sint B, C puncta positione possibili ad circulum circa centrum A , & signentur D, E puncta contactus, ipsæ vero lineæ BD, CE ad angulum inclinentur

tur BFC , quem bifariam diuidat linea FIG . Dico quod I punctum in peripheria est quæsitum, nempe ductis BIM , CIK , angulus BIC bifecari à diametro, producta AIN , & portiones IM , IK æquales in circulo fieri: sumantur AC , AO æ-



quales, & iungatur CO , erunt triangula AIC , AIO æqualia, & similia, nam duo quadrata AI , IC vna cum facto bis sub AIN oblongo æquantur AC quadrato, hoc est AO , cui respondent resolutæ partes AI , IO quadrata vna cum facto bis sub AIN rectangulo, ergo sublata sub vna denominatione partes AI quadratum, & bis facto sub AIN , relinquuntur CI , IO duo quadrata æqualia,

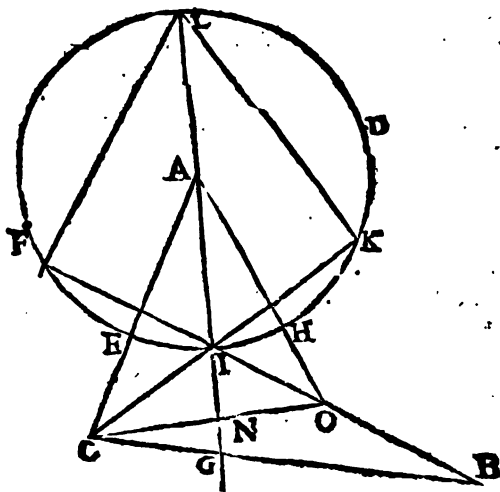
& ipsa latera: ergo anguli ICO , IOC æquales, & æquales erant in altero utroque ACO anguli ACO , AOC , à quibus sublatis partiales relinquuntur æquales ACI , AOI , & triangula AIC , AIO erunt trium æqualium laterum omnino similia, & æqualia, & linea AIN fiet super CO ad rectos angulos, igitur duo triangula CIN , OIN partialia erunt similia, & æqualia, vnde angulus OIC erit bifecus à continuata diametro AIN , siue anguli verticales in circulo AIM , AIK æquales inter

inter se, ergo arcus LM , LK æquales veluti MI , KI ;
& est OI vna linea cum BI , ergo factum est quod
oportuit.

PROBL. DECIMVMQVART.

Datis iisdem, aliter idem reflexionis inuenire punctum.

Sint B , C puncta data, circulus vt prius circa A
centrum, & puncta tangentium ex aduerso no-
tentur, ex B in E , & ex C in H lineas duci non oportet,
arcum comprehensum duobus punctis HE secabitur
equaliter, at linea
ducetur per cen-
trum, nempe LA
 IN . Dico punctum
 I esse illud reflexio-
nis quesitum: du-
cantur BIF , CIK ,
et BC , porro suma-
tur AC equalis AO :
erunt triangula A -
 CO , CIN isoscelia,
et diuiduntur per
 AN diametrum con-
tinuatam in partia-
lia ANC , ANO , et INC , INO equalia, et similia, nam
ex equalitate AC , AO ostenduntur vt supra similia &
equa-



æqualia AIC ; AIO triangu-
la , per resolutionem ex
duodecima Secundi, nec non et similia, et æqualia ali-
a duo triangu-
la ICN , ION : sed BOI est linea vna con-
tinua , ergo à datis punctis B , C angulus reflexus in
convexa sit peripheria BIC , à diametro bisectus; qua-
re I punctum erit reflexionis quæsitum .

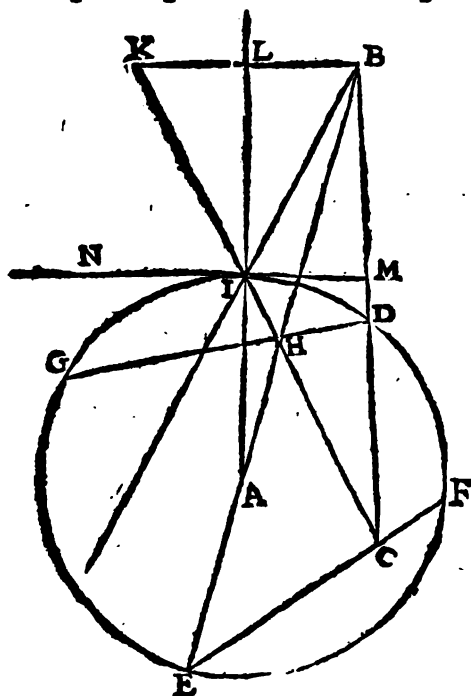
SCHOLIUM.

S Equitur quod LIF , LIK verticales sunt pares, vn-
de et lineæ in circulo adplicatæ æquales IF , IK ;
vt sunt reliquæ LF , et LK . Cæterum hic alias constru-
endi formas lubentes omittimus, quum parum à præ-
missis differant; superest adhuc vt aliud construamus
problema plurimum ab authoribus exagitatum , ac
tandem quum extra naturæ præmerent vestigia cum
Geometriæ probro ad mechanicum se receperant sub-
sidium , habetur ab Halahazen libro 5 propositione
36., et à Vitellione libro primo propositione 135 , at
spectasse ad ditionem geometriæ paucis sumus com-
prehensuri. Sit itaque

PROBL. DECIMVM QVINTVM

Datis duobus punctis, uno in circulo, alio extra, vel utroque extra circulum, possibile est inuenire punctum in circumferentia dati circuli, ita ut angulum contentum à lineis à prædictis punctis, ad punctum inuentum ductis diuidat per æqualia linea in illo puncto, circulum contingens. est Vitellionis 135 primi.

SINT data puncta *B* extra, *C* intra circulum cuius *A* centrum (casus reliqui sequentur infra) oporteat duas ad circumferentiam inflectere lineas, & angulum quem facient, bifariam dirimat contingens linea eodem puncto erecta. Iungantur lineæ *BC*, qua circulus secabitur in *D*, & *BA* per cætrum, & secabitur altero punctorum in *E*, agatur *ECF* linea ex duobus punctis datis, & eidem æqualis aptetur ex *D* dato linea *DG*, qua secabitur *BGE* in *H*, & per hoc punctum si ducatur ex *C* linea

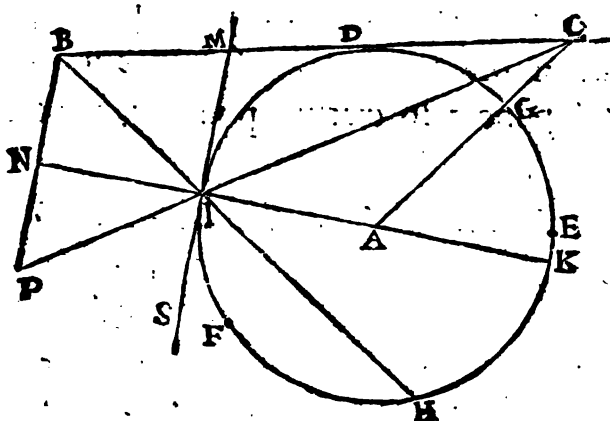


linea dabit in peripheria punctum I . Aio hoc signo effici quæsitum, nempe inclinatis lineis CI , BI angulum bifariam dispescere contingens linea circulum in eodem puncto I erecta, quod sic demonstratur. Accipiat IK in porrecta CI , æqualis BI , & continuata ex centro A offendet in connexam BK in puncto L ; cum autem MI contingat, angulus rectus erit AIM , ut etiã LIN , & in isoscele BIK anguli supra basim BK sunt æquales; ergo duo triangula BIL , LIK duo latera BI , IL , & IK , IL æqualia habentia, & eidem lateri opposita; ergo similia, & æqualia erunt eadem triangula BIL , KIL : quare & parallelæ sunt BK , MI . Ideò latera CB , CK in triangulo CBK secta erunt analogicè, & ut CM ad MB , ita CI ad IK , hoc est CI ad IB ; secatur basis CB in ratione CI , IB laterum, ergo per elementum 3 libri 6 angulus BIC secatur bifariam abs MI æquidistante baseos. Quod fieri fuerat imperatum.

A D N O T A T I O .

Hinc conspici facilè est tum intra, tum extra punctum reflexionis fieri commune; immò ex B in C , aut è contra idem commune adhuc haberi, & ex eo quod angulus BIC à tangente bifariam secatur argumentum insurgit, quod angulos contactus non sit penitus nihil.

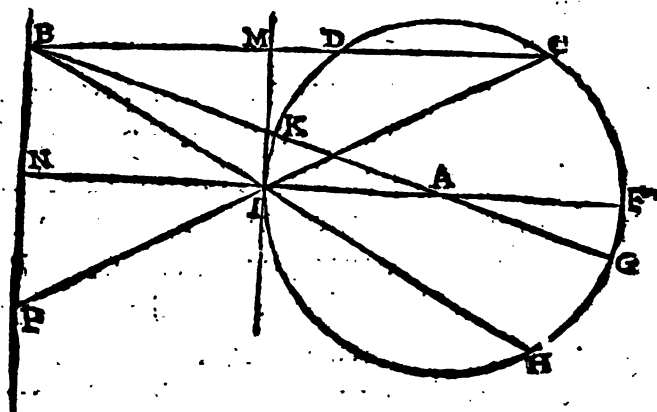
Secundus sit casus cum linea iungens puncta BC tota supra, siue extra circulum cadit, ut in proximo schemate; agantur ad A lineæ CA , BAG , deinde ex B ,
 C signen-



giť cõfirmari.

Quartus casus erit quum alter punctum in ipsa consistat peripheria, vt C , & B extra, tunc ductis BC , BAG , illa fecabit in

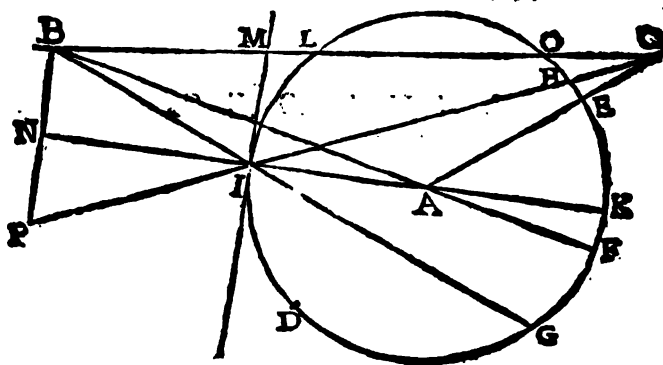
D , hæc vero in K peripheriam, & tunc minima adhuc erit difficultas, nam duplicabis CD in DI , & erit I quesitum punctum, seu interceptæ DK assumens



semiffem KI in idem recideri punctum, & iste casus germanus fuerat in opusculo de reflexionis puncto, at ibidem schema non legitimum.

Quintus

Quintus, & postremus est casus, quum linea iungens data BC puncta secet circulum in L , & O , imperatum efficere; Agantur per centrum BAF , CA , & ex B linea contingens sit ad punctum D (quæ duci non oportet) deinde distantia ex E puncto (ubi CA peripheriam fecit) ad punctum D referatur ex F puncto diametri



in FI (neque lineæ istæ designatæ habentur) Dico puncto I fieri quæsitum, hoc est inclinatæ BI , CI ad angulum BIC eundem angulum contingens MI bisecare, & expleta preparatione, vt in superioribus eadem conclusio eruetur, vt reiterari non sit opus.

A D N O T A T I O.

ITaq; hisce paucis assumpta á nobis problemata tria
geometricæ ditioni fore restituta speramus, vtinã
quæ ex præclaro illo opere supersunt, & eadem labo-
rant indigentia, demum à violenta mechanicorum de-
tentione vindicentur.

L A V S D E O.

Errata.

Corrigenda.

Pag.	Linea.		Lege.
5	6	moueret	mouerat
10	21	† ALQ	† ACQ
	23	HLQ	HFQ
21	2	à fine, ad H	ad E
27	14	verba) <i>sic corrigantur.</i>	ἐπισημωθησας
30	8	græca)	ἐπιχειρημασι
31	4	à fine, perfrui	perfici
37	17	latus DE	latus DF
42	8	H circulus	adde H circulus bifariâ
	18	iuncta DLK	iuncta HLK
49	4	à fine, sit potest	sit potens
51	18	—mate secundo	—mate sequente
71	6	CI. IB, IH, B	CI, IB, IN, B
	21	triens ADH	triens ADN
72	4	—do, alterni,	—do alternè
77	2	verb. græc. sic cor.	ὡς ἀπὸ τοῦ
86	2	FHF	FHC
86	10	periphari	peripheria
86	14	& LN, DC	& DN, LC
88	15	in O, puncto	in O puncto
95	13	proo liues	procliues
105	22	nequeant	queant
126	9	825, 16	825, 616
133	15	LBF	LBE
138	4	Tynheni	Tyrrheni
			Errata

Errata.

Corrigenda.

Pagina	Linea.		Lege.
143	3	, & ON	& NM
148	21	A ad C	BA ad AC
163	3	ad AD	ad AC
165	6	à fine, CN Ifoſcelia,	CIO Ifoſcelia
167		ultima BGE	BAE
168	4	à fine angulos	angulus

PROBLEMA
VINDICATIVUM

Illustris. ac Erudis.

D. N. T H E V E N O T

A. SANCTINIUS S. P.

T Vtelam eius causæ V. C, quæ ab omnibus habeatur plusquam deserta, siue infirmitatis omnimodè amissæ spei, curam suscipere, actiones utique sunt ex sui natura adeò præsumptionis extremæ, quod à temeritatis nota vix per latum lineæ, quo caret, censentur distare, at quidem aliquando si videantur ad votum contingere, casui merito oporteat adscribi: illarum scilicet processuum nullum Marte post se relinquunt vestigium. Ego quippè vel in eorum altero suspicabar vicidilem discriminis momentum, ex quo in animum versabar, aduersus omnium placitum, ex viribus Geometriæ liceret hauriri rationes pro constructione problematis, cuius argumentum in præmisso fecimus libello, & quia ad secundum eius problema, in quadam notatione, & de altera methodo specimen reliquimus, absque eo quod per omnem differentiam casus explicarentur, visus sum porrò nullam imposterum contingere posse oportunitatem magis congruam illud perficiendi, quàm si vna simul ederentur, quare & post reliqua typis expressa tuo nomini hæc pauca nuncupari libuit, ut mea erga te obsequia; quibus obnoxium me tua fecerat humanitas, & excitarem, & simul publicè attestata euulgarem, quod sanè nil minus fore ingratum tibi suadeor.

Cæterum quàm maximè mihi incumbibat, ob
ninium

nimiam plurimum importunitatem aliquid rationis exponere cur pro exiguo hoc opusculo permiserim tam adeò enormes Editio implorasset moratum inducias, immò super addam, me non semel in eam descendisse cogitationem, quod vel ad evitandas molestias, vel ne actum elegantius inutiliter alijs æmularentur, satius fuisse suppressi quam luci committerendum, ratio cogitatus eiusmodi fuerat, monitum à magistro receptum tempore. In Belgio expediti sub prælo recentis geometricarum ingens volumen, cui inpositam fronti inter Heraclæas (*Plus ultra circuli quadratura*) ex titulum lato folio cornu licuit, unde non me debueram tunc concipere exequatam fuisse prius lacunam hanc, à viro scilicet eruditissimo, & ad labores geometricos sustinendos usque nato, ac ad Zetesim omnibus numeris instructo? Interim allata exemplaria cum evoluta occurrerent ad propositionem 148. libri octavi, ubi fasset de proportionalitatibus, & in Corollarium ibidem inter alia sequentia sunt verba mihi fol. 946.

„ *Ita partitio rationis, ut peripheria in tres aquas*
„ *partos, adhuc in Geometricis desiderari.*

Paulò post Romæ editum fuit aliud geometricum opus, cui author, haud doctrinâ minus, quam genere clarissimus, titulum fecerat, Hemisphærium dissectum, in eo reperio ferè ad calcem suæ anaceptaleoscos, mihi fol. 246 (forrè ex serie 236) hæc sequentia verba.

„ *Manifesta satis ex præmissis apparet ratio, quare*
„ *in hac propositione non potest demonstranda per media*

anul. 8

A 2

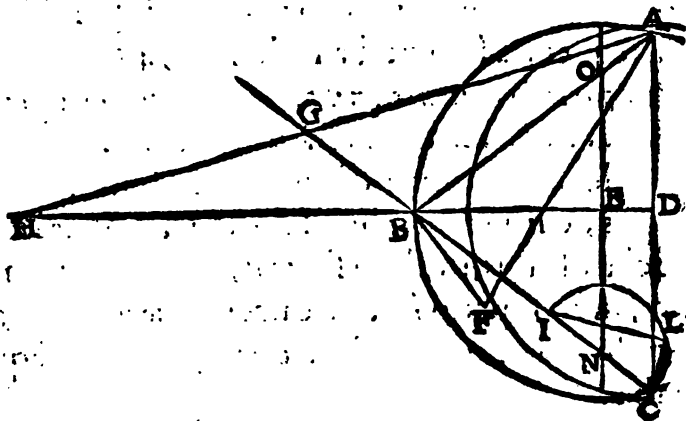
„ plana

20 plana, vel Euclidis clamentia. Et paulo infra: ratio
 21 ra animi non permittit, quod per triplicem rationem ipsa
 22 fecerit, per duplicem resolvatur.

Et hæc quidem videtur ulterius aliquatenus progredi ad infirmandum primarium geometriæ genus, cæterum absq; controuersia est non sufficere Euclidis pro latitudine facultatis, ac exquiri aliorum elementa. Neque videntes alios (nescio an proprius dixerim exscriptores quam auctores) quiescere à repetendis aptis quorum geometriæ inuisis, tandem vt nostra aspiciat lucem permissimus, quid verò de exitu, non est meum enunciare, quò ad iudicatum methodum est vt sequitur & quidem.

Problema controversum iam nostri.

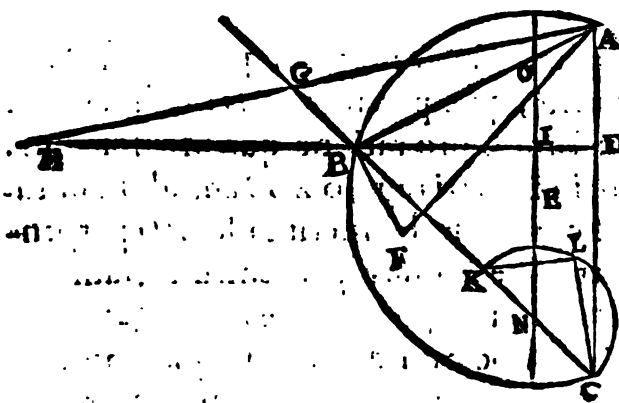
Sine data BG , HG angulum HBG efficientes re-
cto minorem, praefinita AB intercipienda, ut pertineat
ad Apunctum datum, Demonstratus in BD ex A perpen-



dicularis concurrens cum GB in puncto C , erit trian-
gulum

gulum ABC notica quoniam scribatur circuli portio, & huc (que omnibus infra figuris communis fiet constructio) quoniam si sit angulum ABC acutum, obtusum, vel denique rectum, sit in prima figura angulus acutus, & AD cadat super lineam euntem per centrum B , quare si sit oculus erit triangulum ABC , cui Basi, AC æquidistant diametrum per EN , quæ secabitur in NO a lateribus trianguli, & resectæ portiones in ynam lineam positæ CI , ab eius quadrato auferatur quadratum DB distantie scilicet à diametro, & quod reliquum est L , augeatur quadrato AB , & horum summa possit linea AF , hæc ex D puncto bis ponatur in DB , ut acquiratur H punctum, quo connexo cum A dato, linea sic inclinata relinquet sui partem interceptam HG , inter BG , BH æqualem præfixitæ AB , quod infra vnica pro omnibus casibus demonstrabimus methode geometrica.

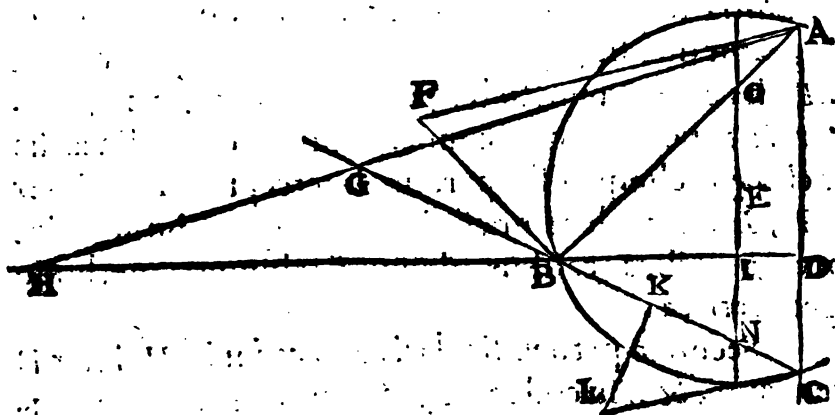
Secundò perpendicularis AD cadat in BD inter E centrum, & A in eodem angulo acuto ABC (communia cū præ-



missio non repetimus) in hoc casu ex quadrato aggregati linearum CN , AO , hoc est CK si quadratum

drarum auferatur dupla DI , & fiat quadratū KL reliqui
æquetur BF , quod quidem auctum quadrato AB , illa q;
potens sit linea FA ponenda ex D bis super DB , & ha-
bebitur H , ad quod iunctum A , linea illa iungens que-
situm præstabit.

Tertio AD cadat super eductam BD infra cen-
trum E in angulo similiter acuto ABC , tunc quadratas
iniunctæ lineæ $NC + AO$, una cum quadrato duplæ



DI , nempe quadratum CL augeatur quadrato AB , ut
linea potens sit AF , quæ ponatur ex D bis super DB .
affluetur punctum H pro ratione quæ sit idoneum.

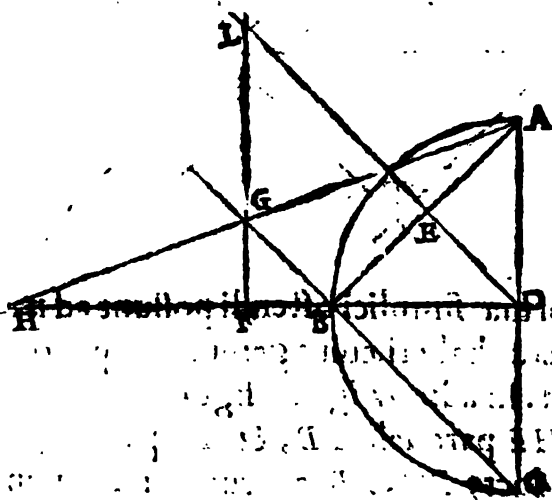
Quarto deinde in triangulo ABC angulum obtu-
sum efficiens, & cum isosceles fuerit cadet AD perpen-
dicularis in centro siue D lineæ per centrum transun-
tis, & ducta diameter æquidistans EL , iungatur BL
secans AC in N , in hoc casu differentia quadratorum
 NL , DE sit ipsa BF , cuius quadratum auctum AB

Postremū in angulo simili-
liter recto ABC , ubi
perpendi-
culares B
 D , AD in
centrosca-
dunt, in
triangolo
fosele ABC , ubi habetur H per punctum, ab ipsa natura
haberur, ut modico adhibita analyti, duplicem enim AB
super diametrum DB , ostendit H pū non
ctū, ad quod
inclinata AH
eius pars in
rer possit
 B , GB , qua-
lis sit ipse
 B , & quia
omnibus
promissum una forma simplici ostendi possunt ad na-
tura normans videtur haberi, cuius genium est per quā
breuissimè operari. In adiecta igitur figura ex H pun-
cto bis agantur HE parallela AB , & HF pariter pa-
rallela BC , & productæ BG , AB concurrent in F pun-

At, ut HE , & BG in E , erit $BEHF$ parallelogrammum, & triacula tria AFH , ABG , HEG similia ob angulos æquales ex vi parallelarum, ergo per 4. & 6. libri 6. HE est ad HG , ut eadem HE , seu BF ad BA , & conuerſe igitur una est ratio HG ad EH , quæ AB ad eandem HE , seu BF , & per 9. & 16. libri quinti permutando ita HE ad BF , ut HG ad AB , æquales sunt illæ ergo & illæ, & factum erit propositum, scilicet inter inclinatas ad angulum recto minorem, incompofita fuit præfinita, quæ ad punctum pertinet datum.

Cumq; aduerteremur eadem demonstrationis forma, ut idealiter comprehenderet eas, si problema propoſitum erit inconfutandum peripitum in eadem ex inclinatis inueſtigandum utpotè G per quod neceſſariò ex A conductæ linea tranſiret, ex ipſa illectus effectus pulchritudine, & eadē per eas repetere non grauabit, & fortaſſe ſibi $V.C.$ & alijs minimè iniucundum fore

speramus.

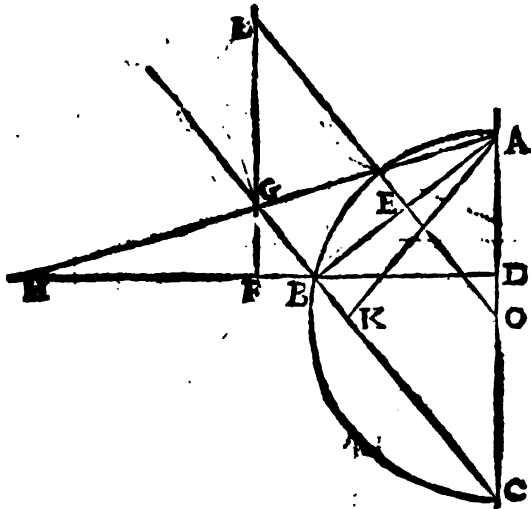


Breviter igitur: in quolibet schemate, ex centro circuli cuius portio quacūq; triangulum sibi ſuſcipit data est EL , ſive DL parallelæ BL & in ea ſcindenda paſſu-

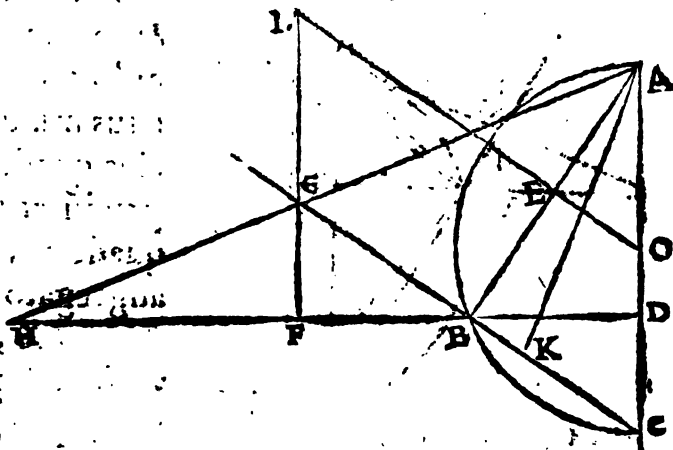
rit

sit proportionate datus. Et

Primum in figura prima ponatur AB equalis EL ,
& ex L demittatur perpendicularis LF , super reliqua
 EH , decabitur altera in G puncto, per quod conducta
linea AH , eius pars HG datis intercepta, erit æqualis
 AB ; quod vni pro
cuiusvis est pæmi
sa demonstratio,
si præparetur, huc
loquor.

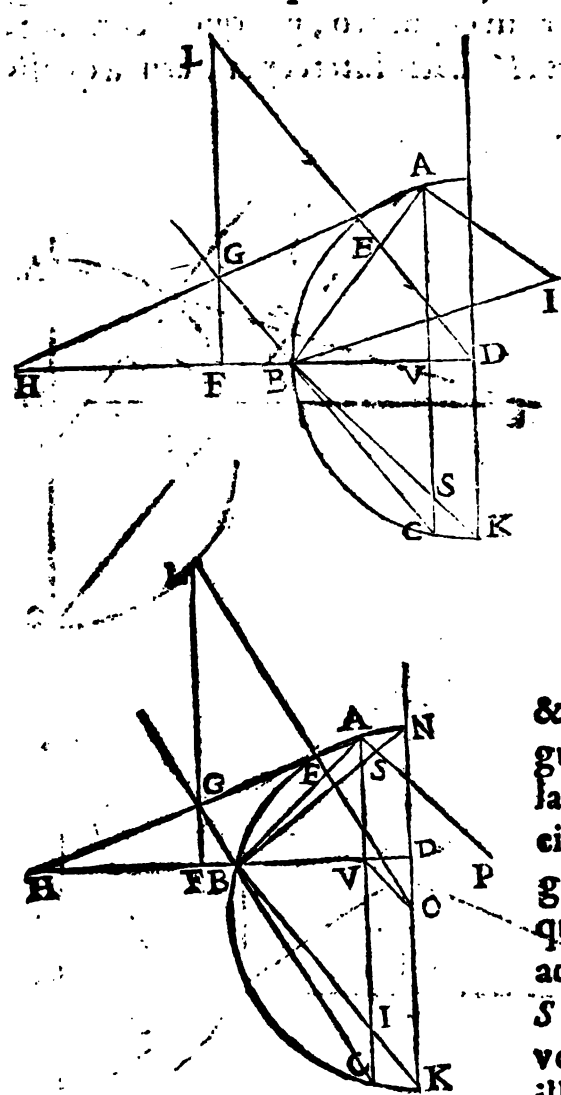


In secunda fi
gura, angulo ABC
pariter recto, &
scaleno triangulo
cuius unius latus
sit AB , eius quadra
sum augere qua
drato DO , & ipsa
 AK po
tius po
natur in
 EL , &
demit
ta per
talis L
 F sec
bit G p
tam ad
questu.



B In ter-

In tertia deinde figura eodem angulo recto, & latus AB sit in scaleno maius; eodem modo DO quadratum additum quadrato AB , idem AK in EL , &c.

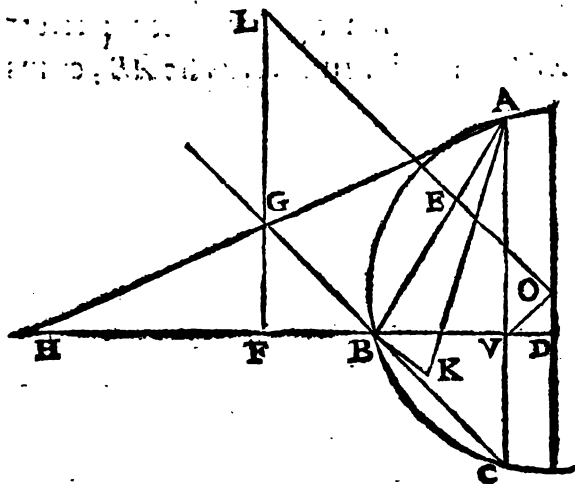


Sit in angulo obtuso ABC primum triangulū isosceles quadrato AB addatur quadrato BC alterū ex dupla SK , & alterum ex dupla DK , & si tripla AK quadratum. Iuncta ergo BS ponatur sibi EB in qua sit figura reliqua agatur, ut supra.

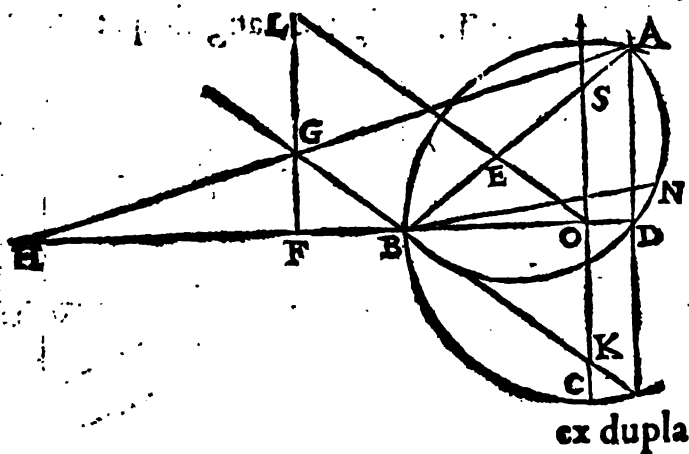
In quinta figura, & eodem obtuso angulo trianguli ABC latus minus sit, AB , eius quadratum augendū erit per duo quadrata, vultū ex aggregato linearum $SN + IK$, alterum verò ex dupla PO sit illa, quadratum ex AP , li-

AP , lineâ igitur (si duceretur) BP ponenda erit in EL æqualis, & reliqua sequentur vt supra.

In sexta figura eodem angulo obtuso A BC sit latus maius scaleni AB , eius quadratum augeatur per quadratum KO , & ipsa AK potens abscindatur in EL æqualis, & cetera sequentia.

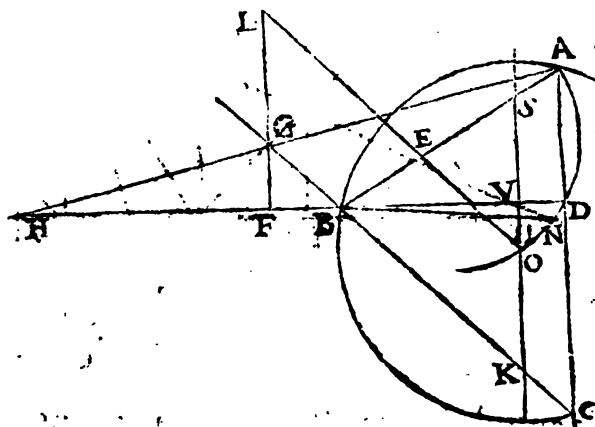


Sic porro in angulo acuto ABC primum triangulum isosceles, vt in figura septima latus secum AB opus erit minuire, quod fiet si à quadrato AB demantur duo quadrata, vnum ex linea dupla CK , alterum



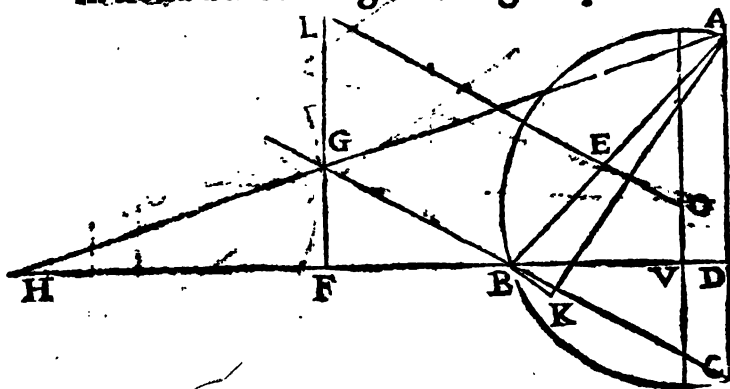
ex dupla DO , quæ duo possit linea AN (si doceatetur),
reliqua verò BN ponenda erit in EL , ut sint æquales,
& tunc demissa ex L perpendicularis fiet quæsitū, &c.

In octava figura acuto pariter angulo trianguli
 ABC scaleni minus latus sit AB , cuius quadratum simi-



lizer minuendum erit, duobus quadratis, unum à dupla AN , alterum à composita ex CK & AS , offer adgregatum illud (si ducatur linea) quod potest AN , & reliquum quadratum potest BN , cui æqualis ponatur EL linea, quæ reliqua præstabit, ut supra.

In nona demum figura, anguloque acuto trian-



guli